

**Томилин А.К.**

**ОСНОВЫ  
ОБОБЩЕННОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ**

2009 г.

Рецензенты:

Доктор технических наук, профессор, зав. каф. «Теоретическая электротехника» Московского авиационного института (Государственный технический университет)

*В.Ю. Кириллов*

Доктор физико-математических наук, профессор, технический директор «Power Line Communication Company ltd.»

*В.А. Петров*

**Томилин А.К.**

Основы обобщенной электродинамики. – 2009. - 129 с.: ил.

В монографии приведены и проанализированы исторические эксперименты Ампера и современных авторов, подтверждающие физическое проявление продольного электромагнитного взаимодействия. Получен обобщенный закон, включающий поперечную и продольную компоненты магнитной силы. Исследованы энергетические соотношения в электродинамике. Построена теория, учитывающая как вихревую, так и потенциальную природу электромагнитного поля. Показано, что, кроме поперечных, физически содержательными являются также и продольные электромагнитные волны. Затрагиваются некоторые фундаментальные вопросы естествознания, связанные с организацией материи.

Книга рассчитана на научных работников, инженеров, преподавателей, аспирантов и студентов.

© Томилин А.К., 2009

## Содержание

Предисловие к электронному изданию.....	4
Предисловие автора.....	5
Введение.....	7
<b>I. Обобщенная магнитостатика</b>	
1. Проблема электромагнитного взаимодействия.....	9
2. Теоретические основы обобщенной магнитостатики.....	17
3. Магнитное поле прямолинейного тока.....	20
4. Обобщенный закон электромагнитного взаимодействия.....	27
5. Замечание о понятии «магнитное поле».....	34
6. Скалярное магнитное поле электрических систем.....	38
7. Воздействие магнитного поля на вещество.....	50
8. Эксперименты и природные явления.....	52
<b>II. Обобщенная электродинамика</b>	
9. Электронная теория.....	61
10. Безвихревая электромагнитная индукция.....	64
11. Система дифференциальных уравнений обобщенной электродинамики.....	74
12. Обобщенный закон сохранения энергии электромагнитного поля.....	78
13. Граничные условия.....	79
14. Симметрия и инвариантность.....	83
<b>III. Обобщенная теория электромагнитного поля</b>	
15. Волновые уравнения.....	93
16. Продольные электромагнитные волны.....	95
17. Продольные электромагнитные волны в квантовой электродинамике.....	104
18. Квазистационарное электромагнитное поле.....	106
19. Электромагнитные волны в диэлектрике.....	109
20. Плоские электромагнитные волны в диэлектрической среде.....	110
21. Распространение электромагнитных волн в электропроводной среде.....	113
<b>Заключение</b> .....	117
<b>Литература</b> .....	125

## Предисловие к электронному изданию

Настоящее электронное издание является сокращенной версией работы, которая вышла в виде монографии «Обобщенная электродинамика» в Усть-Каменогорске в 2009 году. К сожалению, даже книги, изданные в центральных издательствах, доходят до специалистов со значительной задержкой. Благодаря Интернету проблемы с распространением информации решаются просто и быстро. Поэтому я с благодарностью принял предложение редактора общественного журнала "Математика в ВУЗе" профессора Сушкова В. И., о размещении сокращенной версии монографии на сайте Санкт-Петербургского государственного политехнического университета.

В нее не вошли разделы, в которых анализируются эксперименты Сёрла, Година-Рощина, Ааронова-Бома, а так же вопросы практического приложения разработанной теории. При подготовке материала произведена некоторая авторская правка, устранены замеченные редакционные недостатки. В таком виде она представляет собой самостоятельное научное издание.

Идеи обобщенной электродинамики, на мой взгляд, требуют широкого распространения среди ученых, инженеров, преподавателей вузов и, прежде всего, среди студентов, аспирантов и молодых ученых, которые только начали приобщаться к науке. Надеюсь, что она поможет подготовить новое поколение ученых и инженеров, глубоко понимающих проблемы современного естествознания и умеющих находить пути их решения.

*А.К. Томилин*

## Предисловие автора

В процессе преподавания теоретического курса электродинамики, мне иногда приходилось получать от студентов вопросы, которые ставили меня в тупик. Один из вопросов был связан с механизмом распространения электромагнитной волны. Указывая на картинку, изображающую электромагнитную волну студент спросил: почему магнитный и электрический векторы одновременно достигают максимальных значений и одновременно обращаются в ноль? Получается, что энергия волны изменяется от нуля до максимума. Во что она при этом превращается? Правильно ли представлять электромагнитную волну как процесс преобразования электрического поля в магнитное и наоборот? Мои попытки отыскать ясный ответ на этот вопрос в учебниках не увенчались успехом. Однако стало понятно, что авторы учебников тоже понимают эту проблему, но путей ее решения не видят.

Другой вопрос, который меня озадачил, относился к условию Лоренца. Каков его физический смысл? Ведь любое налагаемое условие ограничивает теорию, тем более, если оно физически не обосновано. Так не ограничиваем ли мы электродинамику путем введения калибровок? После этого вопроса я задумался над физическим смыслом векторного электродинамического потенциала и его свойствами. Обычно, обобщая любую теорию, мы выходим на более высокий уровень понимания и видим новые свойства, неизвестные ранее явления. А в случае с векторным электродинамическим потенциалом этого почему-то не произошло. Такое впечатление, что при помощи калибровок Кулона и Лоренца, закрыты новые горизонты, открывающиеся с вершины более высокого теоретического уровня.

Думаю, с подобными вопросами приходилось сталкиваться всем, кто имеет дело с электричеством и магнетизмом. После них остается впечатление какой-то искусственности современной теории, в которой на первое место поставлена математика, а физика отодвинута на второй план и поставлена в зависимость от использованных математических приемов.

Само понятие «магнитное поле» в большинстве учебников изложено так, что его физическая суть вообще не затрагивается. В результате не любой физик может толково ответить на вопрос: почему магнитное поле заряженного тела в системе отсчета, связанной с ним отсутствует, а в подвижной системе оно есть? В лучшем случае последует ответ: магнитное поле - релятивистский эффект. А почему оно обладает таким свойством? Над этим вопросом обычно не задумываются. И вообще, часто представляют электрическое и магнитное поля как два равнозначных объекта с симметричными свойствами. Обычно разницу видят лишь в отсутствии магнитных зарядов (монополей), но и их обнаружение лишь дело времени – считают многие.

В середине 90-х годов мне довелось познакомиться с идеями томского физика Геннадия Васильевича Николаева. Благодаря его работам, я обратил внимание на проблему электромагнитного взаимодействия. Оказалось, что при рассмотрении взаимодействия токов в общем случае нарушается третий

закон Ньютона. Просмотрев множество учебников, я обнаружил упоминание этой проблемы лишь в нескольких из них. Но и там глубокого анализа я не нашел, проблема скрывалась за общими фразами. Некоторых авторов эта проблема вообще не смущает: они считают, что законы Ньютона в электродинамике не действуют.

Однако, мне и многим из моих коллег идея Г.В. Николаева о существовании силы, действующей по направлению тока или против него, долго казалась неприемлемой. Поэтому и сейчас я с пониманием отношусь к отрицательной реакции физиков на эту идею при первом знакомстве с ней: давит груз устоявшихся представлений, в которых, кажется, недопустимо сомневаться. Только после повторения некоторых экспериментов Г.В. Николаева, и проведении первых собственных опытов, категоричное «Не может быть!» в моем сознании сменилось осторожным «Тут что-то есть...», и возникло желание разобраться с этим основательно. Результаты многолетних исследований проблем электродинамики и представлены в настоящей монографии. Предлагаемая теория не отрицает электродинамику Максвелла, которая является сугубо вихревой, а дополняет ее описанием явлений, связанных с реально существующей потенциальной компонентой электромагнитного поля.

Последовательность рассуждений в ней практически совпадает с порядком, в котором развалились мои собственные научные представления. На мой взгляд, чередование теоретических рассуждений с описанием экспериментов поможет читателю сравнительно легко преодолеть кризис недоверия, который обычно возникает при знакомстве с теориями, основанными на радикально новых взглядах.

Я благодарен всем, кто помогал мне в этой работе, прежде всего соавторам совместных экспериментов и публикаций. Очень помогли в работе над монографией полезные советы и замечания профессора Кириллова В.Ю. (МАИ, г. Москва) и профессора Павлова А.М. (ВКГУ, г. Усть-Каменогорск).

Понимаю, что поводов для научных дискуссий в этой монографии более чем достаточно. Дискуссии необходимы для поиска истины, важно, чтобы они имели конструктивный характер и велись на квалифицированном уровне. Мой электронный адрес: [tomilin@ukg.kz](mailto:tomilin@ukg.kz)

*А.К. Томилин*

*«Нет предмета более увлекательного,  
более достойного изучения, чем природа.*

*Понять этот великий механизм,  
открыть действующие силы и законы,  
которые им управляют – вот высшая  
цель человеческого разума»*

Н. Тесла

*«...что же касается такого раздела  
науки, как электродинамика, то человечество  
будет поражено здесь исключительно  
глубокими потрясениями и изменениями»*

Г.В. Николаев

## **Введение**

Ситуацию, сложившуюся в физике в настоящее время, следует оценить как критическую. С одной стороны существует официальная наука, которая не в состоянии объяснить некоторые экспериментальные факты и природные феномены, с другой - выдвигаются многочисленные альтернативные теории, предлагающие коренным образом изменить взгляды на фундаментальные физические понятия. Особенно много проблем накопилось в электродинамике, вокруг них постоянно ведется научная полемика.

В сложившейся ситуации, прежде всего, необходимо обратиться к истории развития электричества и магнетизма, для того чтобы попытаться найти сведения о явлениях и экспериментальных результатах, которые были известны классикам, но по каким-то причинам не были учтены в сформировавшейся теории. Поскольку физика – это наука о взаимодействии материальных объектов, на наш взгляд, прежде всего, следует обратиться к вопросу об электромагнитном взаимодействии. Именно этот вопрос был в центре внимания основателей электромагнитной теории: А.-М. Ампера, М. Фарадея, Дж. К. Максвелла. Обратившись непосредственно к первоисточникам [1-4], не трудно увидеть, что классики имели об электромагнитном взаимодействии более сложные представления, чем те, которыми пользуются с середины XIX века. Не являются ли современные общепризнанные представления излишне упрощенными и ограниченными? Не содержат ли они противоречий? На эти вопросы предстоит ответить в первую очередь.

В монографии приведены и проанализированы экспериментальные факты и теоретические соображения, указывающие на ограниченность электромагнитной теории. Основное внимание при этом уделяется проблеме физических взаимодействий в рамках макроскопической теории. Однако при решении поставленных вопросов невозможно не затронуть фундаментальные основы современной физики на квантовом уровне. Прежде всего, это касается понятий «поле» и «вакуум». В физике сложилась парадоксальная ситуация: с одной стороны в теории относительности используется понятие вакуума, как

пустого арифметизированного пространства, с другой – в квантовой электродинамике вакуум наделяется физическими свойствами («физический вакуум»). Не возвращается ли физика на новом витке своего развития к эфиру?

Физическая концепция, основанная на представлениях об эфире, как известно, господствовала до конца XIX века и позволяла адекватно описывать природные феномены. Именно на основе представлений об эфире Н. Тесла [5] сделал открытия, которые с нынешних позиций кажутся парадоксальными. В этой связи уместно упомянуть фундаментальный труд английского математика и механика Э. Уиттекера «История теории эфира и электричества» [6], который был завершён в 1959 году и впервые издан на русском языке в 2001 году. Автор этого труда, безусловно, понимал, что полный отказ от эфира лишает теорию физического содержания. Он постарался бережно сохранить все известные модели эфира и сопроводил их анализом, отражающим достоинства и недостатки.

При решении поставленных вопросов необходим прагматичный подход и основанный на нем научный метод, требующий критического отношения ко всем гипотезам и экспериментальной проверки теорий на них основанных. Поэтому в настоящей монографии теоретический анализ чередуется с описанием экспериментов. Предложено более полное объяснение исторических экспериментов Ампера по электромагнитному взаимодействию. Описаны новые эксперименты, подтверждающие теоретические выводы. Полученные результаты использованы для объяснения [75] некоторых давно известных физических парадоксов, таких как эффект Сёрла, эффект Ааронова – Бома, а так же природных явлений, в частности связанных с молнией.

Целью настоящего исследования является попытка критического анализа современной электродинамики и построение основ электромагнитной теории, учитывающей в полной мере известные явления и экспериментальные факты. Назовем ее обобщенной электродинамикой.

В начале книги проанализирована проблема магнитостатического взаимодействия и сформулированы основные идеи обобщенной теории. Затем в новой постановке исследованы электродинамические процессы и теория электромагнитных волн, уделено внимание проблеме энергетических соотношений в электродинамике. Основной акцент сделан на физическую суть изучаемых явлений. Приведено много рисунков и фотографий. Примененный математический аппарат не выходит за рамки теории поля и теории дифференциальных уравнений в частных производных. Тензорное исчисление применяется лишь в нескольких случаях. Помимо трудов классиков, использована учебная и справочная литература [7-15]. При этом предпочтение отдано фундаментальным учебникам и справочникам, которые используются не одно десятилетие. В них отражена доминирующая научная концепция. По ходу изложения сделаны ссылки на современные публикации российских и зарубежных авторов по затронутым проблемам. При этом обращено внимание, как на попытки построения альтернативных теорий, так и на аргументы ученых, которые стремятся объяснить парадоксы электродинамики в рамках классической теории.

# 1. ОБОБЩЕННАЯ МАГНИТОСТАТИКА

## 1. Проблема электромагнитного взаимодействия

Как взаимодействуют два параллельных бесконечных проводника с током описано в любом школьном учебнике элементарной физики. Задачу о взаимодействии непараллельных токов большинство физиков предпочитают не рассматривать, поскольку в ней обнаруживается нарушение третьего закона Ньютона. Попытки решения этой проблемы в рамках существующих представлений об электромагнитном взаимодействии предприняты в известных учебниках И.Е. Тамма [7], А.Н. Матвеева [8], Л.Д. Ландау и Е.М. Лифшица [9], Э. Парселла [10].

Обычно отмечают [7], что постоянные токи по необходимости являются замкнутыми и «нарушение третьей аксиомы Ньютона связано лишь с представлением сил взаимодействия токов как сил попарного взаимодействия их элементов». Действительно, при описании взаимодействия двух замкнутых токов проблем не возникает. Однако такой подход не исключает возможность рассмотрения отдельного замкнутого контура с током в качестве электромеханической системы. Вопрос об изолированности такой системы является не простым и очень важным. Действительно, взаимодействие элементов тока происходит посредством электромагнитного поля, а наши представления о нем, к сожалению, нельзя считать исчерпывающими. Строго говоря, любая электромеханическая система не является изолированной, так как ее собственное электромагнитное поле связывает ее со всем окружающим материальным миром. При этом очень важно определиться с концепцией трактовки самого поля. Будем пока оставаться в рамках общепринятого корпускулярно-волнового дуализма, считая, что электромагнитное поле порождается движущейся заряженной частицей и связано с ней. Рассмотрим два случая: в первом – электромагнитное излучение отсутствует (стационарный случай), во втором – система излучает.

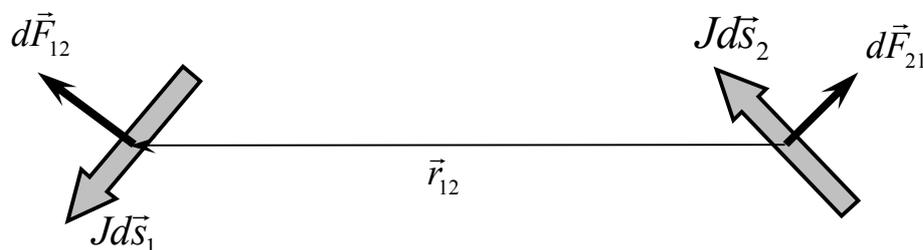


Рис. 1

В стационарном случае, полная энергия (механическая плюс электромагнитная) системы, состоящей из проводников, по которым течет постоянный ток, остается неизменной. Понятно, что в такой изолированной системе для внутренних сил третий закон Ньютона обязательно должен выполняться

при рассмотрении взаимодействия любых двух точек, входящих в ее состав. На этом основании вполне закономерно рассматривать силы взаимодействия между двумя элементами тока  $J_1 d\vec{s}_1$  и  $J_2 d\vec{s}_2$ , входящими в состав одного электрического контура и находящимися друг от друга на расстоянии  $\vec{r}_{12}$  (вектор  $\vec{r}_{12}$  направлен от элемента  $J_2 d\vec{s}_2$  к элементу  $J_1 d\vec{s}_1$ ). Рассмотрим взаимодействие этих элементов на основе существующих представлений. Первый элемент испытывает силовое воздействие со стороны второго:

$$d\vec{F}_{12} = \frac{\mu_0 \mu J_1 J_2}{4\pi} \frac{d\vec{s}_1 \times (d\vec{s}_2 \times \vec{r}_{12})}{r_{12}^3}, \quad (1.1)$$

а второй - со стороны первого:

$$d\vec{F}_{21} = \frac{\mu_0 \mu J_1 J_2}{4\pi} \frac{d\vec{s}_2 \times (d\vec{s}_1 \times \vec{r}_{21})}{r_{21}^3}. \quad (1.2)$$

при этом  $\vec{r}_{21} = -\vec{r}_{12}$ .

Из рис. 1 видно, что действующие на токовые элементы силы в общем случае не расположены на параллельных линиях действия, что не соответствует закону «действия-противодействия». Особенно сильно это несоответствие проявляется при рассмотрении взаимодействия участков токов, расположенных перпендикулярно друг другу (рис. 2). В этом случае  $\vec{F}_{12} \neq 0$ , а  $\vec{F}_{21} = 0$  поскольку  $(d\vec{s}_1 \times \vec{r}_{21}) = 0$ , то есть второй элемент с первым взаимодействует, а первый со вторым – нет.

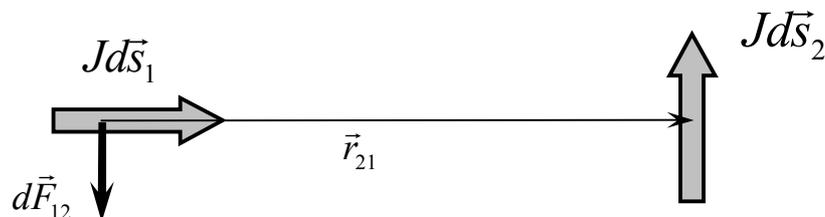


Рис. 2

Заметим, что в отличие от большинства современных физиков, Ампер придавал проблеме электромагнитного взаимодействия первостепенное значение. Можно сказать без преувеличения, что большая часть его трактата «Электродинамика» [1], насчитывающего около 500 страниц, посвящена именно проблеме взаимодействия элементов токов в зависимости от их взаимного расположения.

Обратимся к двум экспериментам Ампера. Принципиальная схема первого эксперимента («весы Ампера») изображена на рис. 3. Здесь сохранены обозначения, введенные Ампером. Поскольку конструкция позволяет расположить точки  $P$  и  $P'$  предельно близко друг другу, их можно считать совпадающими и условно выделить два замкнутых контура  $RPR'SR$  и  $PMM'P$ .

Желобки  $M$  и  $M'$  заполнены ртутью, на поверхности которой плавает дуговой проводник  $AA'$ , подвешенный таким образом, что может вращаться вокруг точки  $G$ . Если указанные контуры расположены симметрично относительно линии  $GS$  (случай  $a$ ), то проводник  $AA'$  остается неподвижным. Если же внутренний контур повернуть вокруг точки  $G$ , нарушив симметрию в расположении контуров (случай  $b$ ), то, как пишет Ампер «... дуга приходит в движение и скользит по ртути желобков  $M, M'$  вследствие действия замкнутого криволинейного тока, идущего из  $R'$  в  $S$ ».

К объяснению этого эксперимента мы еще вернемся. Сейчас достаточно подчеркнуть, что при определенных условиях наблюдается движение проводника вдоль тока, текущего в нем.

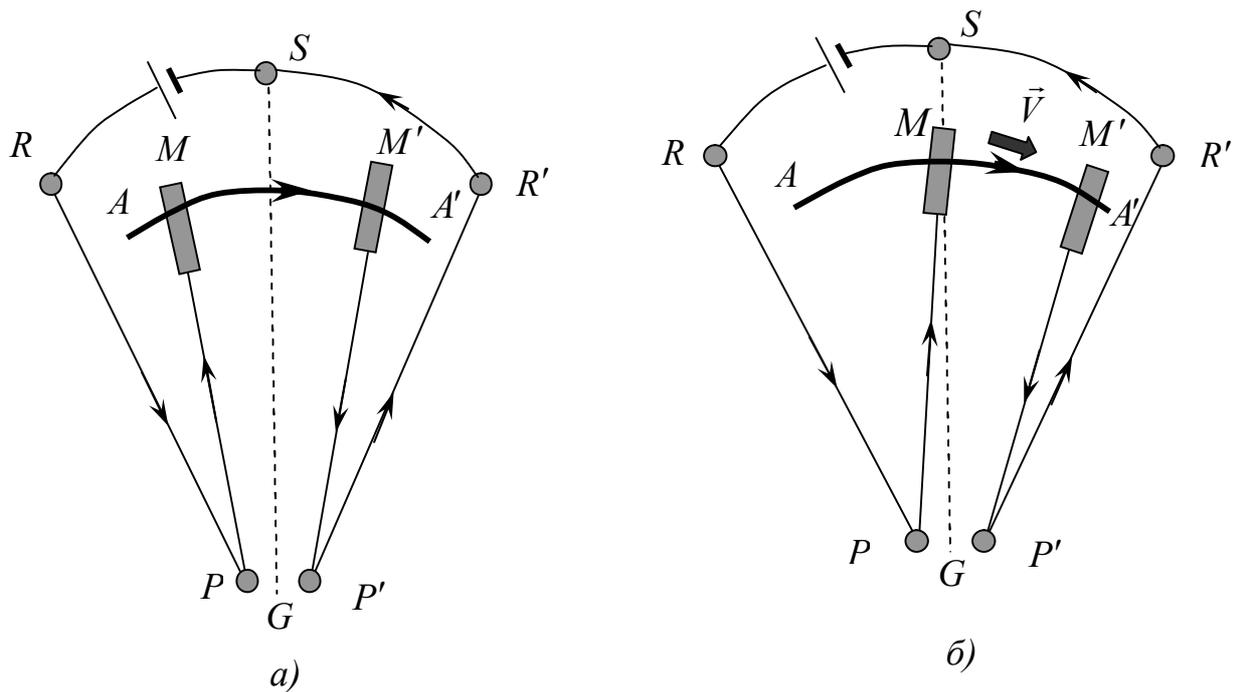


Рис. 3

В соответствии с формулами (1.1) и (1.2) участки тока расположенные на одной линии не должны взаимодействовать друг с другом. Приведем второй эксперимент Ампера, опровергающий этот вывод.

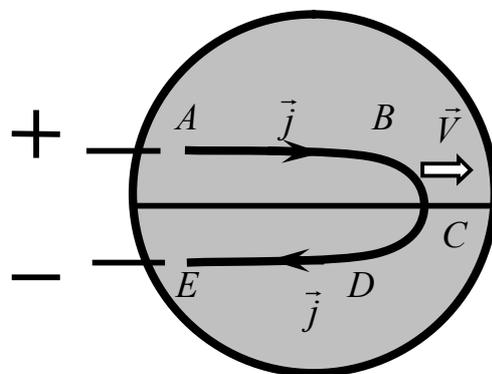


Рис. 4

Схема экспериментальной установки Ампера изображена на рис. 4. Она состоит из стеклянного сосуда, разделенного перегородкой. Обе камеры сосуда наполнены ртутью. В сосуд (на перегородку) помещается медный проводник  $ABCDE$ , имеющий подковообразную форму. Проводник покрыт изоляцией, только его обнаженные концы  $A$  и  $E$  имеют электрический контакт с ртутью. Проводник свободно плавает на поверхности ртути, причем его стороны  $AB$  и  $ED$  располагаются параллельно перегородке. Ртуть в каждой из камер соединяется с соответствующим полюсом источника тока. При этом наблюдается поступательное перемещение проводника вдоль перегородки, причем направление движения не зависит от направления тока в проводнике. Ампер делает вывод: «...что означает для каждой проволоки отталкивание между током, установившимся в ртути, и его продолжением в самой проволоке». То есть наблюдается взаимодействие участков, расположенных на одной линии.

Для описания взаимодействия токов, произвольным образом расположенных по отношению друг к другу, Ампер предложил формулу (закон Ампера) [1, 3, 6, 7]:

$$d\vec{F}_{21} = \frac{\mu_0 \mu J_1 J_2}{4\pi} \left\{ \frac{3}{r_{21}^5} (d\vec{s}_1 \cdot \vec{r}_{21})(d\vec{s}_2 \cdot \vec{r}_{21}) - \frac{2}{r_{21}^3} (d\vec{s}_1 \cdot d\vec{s}_2) \right\} \vec{r}_{21}. \quad (1.3)$$

Из нее следует, что элементарные участки тока, расположенные как показано на рис. 2, вообще не должны взаимодействовать между собой. А при всех прочих положениях двух элементов магнитные силы лежат на одной линии действия (рис. 5).

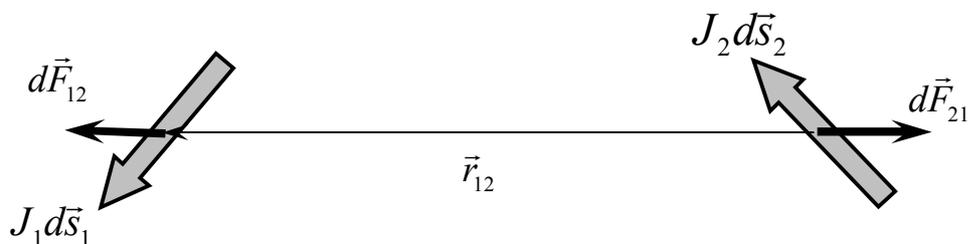


Рис. 5

Оба вывода сомнительны. Первый – так как нет физических оснований считать, что на рис. 2  $\vec{F}_{12} = 0$ . Второй – предполагает потенциальность сил, что не характерно для электромагнитного взаимодействия вообще и для магнитостатического в частности. По этим причинам закон Ампера (1.3) в современной электродинамике не используется и упоминается лишь как исторический факт. Но с другой стороны, этот закон в отличие от формул (1.1) и (1.2) описывает взаимодействие токов, расположенных на одной линии. Таким образом, есть основание полагать, что каждый из подходов (Ампера и современный) обладает недостатками, не позволяющими одновременно учесть все свойства электромагнитного взаимодействия: наличие поперечной и продольной составляющих и вихревой характер электромагнитной силы.

Решение этой проблемы обычно видят в обобщенном законе сохранения полного (механического и электромагнитного) количества движения [7]. Если процесс нестационарный, то излучаемые элементами электромагнитные импульсы (на рис. 6 им соответствуют силы  $d\vec{f}'_1$  и  $d\vec{f}'_2$ ) направлены по соответствующим токам, а сами элементы испытывают при этом действие сил «торможения излучением» [10], обозначенных символами  $d\vec{f}_1$  и  $d\vec{f}_2$  соответственно. В состав системы в этом случае, кроме проводящих элементов следует включать и электромагнитное излучение. Однако введение этих сил не решает поставленную задачу, поскольку очевидно, что сумма пяти, изображенных на рис. 6 внутренних сил, не равна нулю.

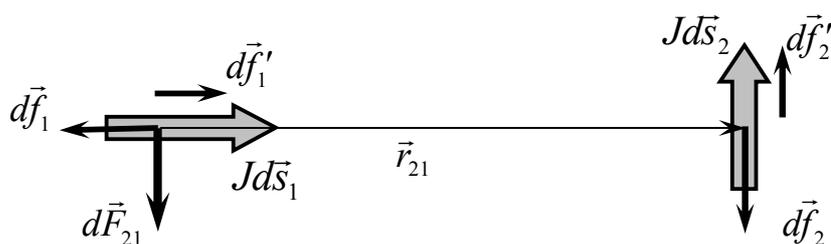


Рис. 6

Если, оставаясь в рамках общепринятых представлений об электромагнитном поле, смоделировать неизолированную систему, в которой электромагнитное поле считается внешним объектом, то силы  $d\vec{f}_1$  и  $d\vec{f}_2$  будут рассматриваться как внешние. А парадокс трех внутренних сил опять останется неразрешенным.

Таким образом, в качестве первого вывода следует отметить, что **современная электродинамика не позволяет разрешить проблему взаимодействия непараллельных токов.**

Эту задачу часто пытаются рассматривать на уровне взаимодействия двух движущихся точечных зарядов. При этом возникает множество дополнительных проблем:

- необходимо учитывать кулоновское взаимодействие между частицами,
- все процессы следует рассматривать с учетом запаздывания (потенциалы Лиенара-Вихерта [10]),
- так как равномерность движения частиц обеспечить невозможно (уже вследствие кулоновского взаимодействия), необходимо учитывать токи смещения и процессы излучения, а, следовательно, и силы «торможения излучением» (лоренцевы силы трения),
- кроме того, невозможно обеспечить прямолинейность движения свободных частиц.

По существу такой подход приводит к постановке совершенно другой задачи, которая выходит далеко за рамки электродинамической теории. Она, безусловно, интересна, тем более, как пишет Матвеев А.Н. [8], «невыполнимость третьего закона Ньютона в простейшей форме является следствием

общих релятивистских свойств пространства и времени». С этим выводом нельзя не согласиться, поскольку все противоречия и парадоксы современной физики связаны с этими понятиями, точнее с нашими представлениями о них. Однако ограничим наше исследование лишь проблемами электродинамики, общие проблемы физики при этом будут затронуты лишь косвенно. В частности, в Заключение обсудим альтернативные взгляды на организацию материи вообще и роль электромагнитного поля в частности, а также возможные последствия их развития.

При рассмотрении парадокса взаимодействия непараллельных токов томский исследователь Николаев Г.В. выдвинул, на наш взгляд, весьма плодотворную идею [16-19]. Ее суть состоит в предположении о существовании еще одной составляющей электромагнитного взаимодействия, которая приводит к возникновению силы, действующей по направлению тока. Назовем ее *силой Николаева*. Путем введения такой силы решается парадокс взаимодействия непараллельных токов. По существу гипотеза Николаева Г.В. восходит к идее Ампера, которая отражена в законе (1.3), поскольку каждая из сил, изображенных на рис. 5, имеет как поперечную по отношению к току составляющую, так и продольную.

В частном случае взаимно перпендикулярного расположения элементов тока с учетом продольной магнитной силы (рис. 7) имеем:

$$d\vec{F}_{12} = -d\vec{F}_{21}$$

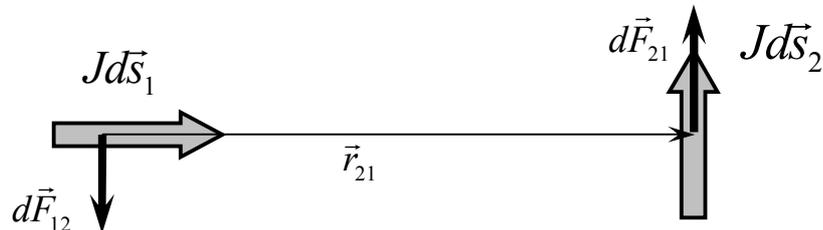


Рис. 7

Идея Николаева Г.В. помогает успешно решить проблему взаимодействия токов при любом их расположении (рис. 8). Третий закон Ньютона при этом выполняется для полных магнитостатических сил  $\vec{F}^M$ , каждая из которых складывается из силы Ампера  $\vec{F}^A$  и силы Николаева  $\vec{F}^*$ :

$$d\vec{F}_{12}^M = d\vec{F}_{12}^A + d\vec{F}_{12}^*, \quad d\vec{F}_{21}^M = d\vec{F}_{21}^A + d\vec{F}_{21}^*,$$

$$d\vec{F}_{12}^M = -d\vec{F}_{21}^M.$$

Заметим, что полные магнитные силы расположены на параллельных линиях действия, что соответствует вихревому характеру электромагнитного взаимодействия.

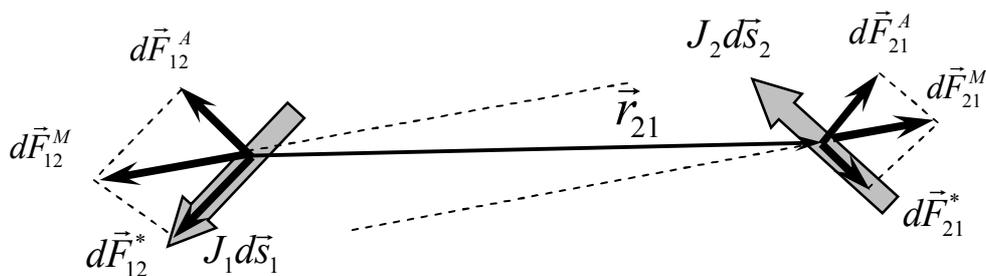


Рис. 8

Результат первого опыта Ампера (рис. 3), описанного выше, легко объясняется наличием продольных магнитных сил, возникающих при взаимодействии токов, расположенных взаимно перпендикулярно. При симметричном расположении контуров (случай *a*), ток, текущий по дуге  $AA'$ , в одинаковой мере взаимодействует с перпендикулярными к нему отрезками  $MP$  и  $M'P'$ , а также с другой парой перпендикулярных отрезков  $RP$  и  $R'P'$ . В случае *б*) воздействие на дуговой ток со стороны токов  $MP$  и  $M'P'$  по-прежнему остается скомпенсированным, а токи  $RP$  и  $R'P'$  в силу асимметричного расположения контуров по разному воздействуют на подвижный проводник  $AA'$ , что приводит к его движению.

Понятно, что гипотеза Николаева Г.В. требует серьезного теоретического обоснования и всесторонней экспериментальной проверки.

Обратимся к историческим фактам. В трудах Ампера показано, что в общем случае магнитная сила имеет две компоненты: одна из них ортогональна току, текущему в проводнике, другая действует по току или против него. Проследим отражение этой идеи Ампера в трудах Максвелла [3-4].

Исследованиям Ампера по взаимодействию электрических токов Максвелл отводит главу II второго тома [3]. При этом он обращается к эксперименту, идея которого представлена на рис. 3. Однако Максвелл рассматривает только случай *a*) симметричного расположения контуров в опыте Ампера и делает вывод: «Обнаружено, что никакой замкнутый контур, помещаемый поблизости, не в состоянии приводить этот проводник в движение». Исходя из этого, Максвелл заключает: «Единственным экспериментальным фактом, использованным нами в этом исследовании, является факт, установленный Ампером и состоящий в том, что действие замкнутого контура на произвольный участок другого контура перпендикулярно направлению последнего».

Случай *б*), когда контуры расположены несимметрично, Максвеллом не описан. Ссылка на другой эксперимент Ампера (рис. 4), в котором подтверждается взаимодействие токов, расположенных на одной линии, в трактате Максвелла также не содержится. Тем не менее, Максвелл приводит выражение для составляющих сил, действующих со стороны элемента  $d\vec{s}'$  на элемент  $d\vec{s}$ , в наиболее общей форме. При этом выражение содержит три компоненты силы:

- в направлении  $\vec{r}$ , то есть по линии, соединяющей центры элементов,
- в направлении  $d\vec{s}$ ,
- в направлении  $d\vec{s}'$ .

Анализируя возможные предположения о направлении силы между двумя элементами Максвелл [3] пишет «...несомненно наилучшим является принадлежащее Амперу, так как это единственное предположение, которое делает силы между элементами не только равными и противоположными, но и действующими по прямой линии, их соединяющей». Максвелл полагает, что две последние из перечисленных компонент силы равны нулю, и магнитные силы действуют по линии, соединяющей центры выделенных элементов, как это изображено на рис. 5. При этом, как мы уже отмечали, выделяются две компоненты магнитной силы: поперечная и продольная. О недостатках такого подхода уже было сказано выше.

Таким образом, Максвелл был приверженцем закона Ампера (1.3), признавая его в качестве основного. К сожалению, ему не удалось устранить недостатки этого закона, сохранив суть: возможность поперечного и продольного взаимодействия.

В монографии Э. Уиттекера [6] прослеживается дальнейшая история развития представлений об электромагнитном взаимодействии. В частности имеется ссылка на точку зрения Хевисайда, высказанную в 1888 году: «Ученые, не менее авторитетные, чем великий Максвелл, утверждают, что закон силы между двумя элементами тока – основная формула электродинамики. Если бы это было так, разве мы не применяли бы его всегда? А применяем ли мы его вообще? Я уверен, что здесь какая-то ошибка. Я ничуть не хочу лишить Ампера чести называться отцом электродинамики; я всего лишь хочу передать звание основной другой формуле, выражающей механическую силу, которая действует на элемент проводника, несущего ток в любом магнитном поле – векторное произведение тока и магнитной индукции. В этой формуле есть нечто реальное; она не похожа на формулу силы между двумя незамкнутыми элементами; она фундаментальна; и, как всем известно, ее постоянно используют, прямо или косвенно (через электродвижущую силу), как теоретики, как и практики».

Таким образом, во второй половине XIX века возобладал подход, исключаяющий продольное электромагнитное взаимодействие. При этом отказались и от возможности рассматривать взаимодействие элементов тока, стали рассматривать только взаимодействие замкнутых контуров или бесконечных линейных токов. Вопреки исторической правде поперечную магнитную силу стали называть в честь Ампера. С анализа проблем, которые влечет за собой такой подход, мы и начали наше исследование.

*Современный взгляд на электромагнитное взаимодействие является ограниченным, так как на дифференциальном уровне он позволяет описывать только взаимодействие параллельных токов или взаимодействие элемента тока с замкнутым электрическим контуром, а на интегральном – взаимодействие одноконтурных электрических систем.* В настоящем исследовании будет показано, что при рассмотрении взаимодействия сложных электрических систем современная электродинамика не позволяет объяснить все возникающие явления.

## 2. Теоретические основы обобщенной магнитостатики

Начнем с теоретического рассмотрения проблемы, а затем предложим эксперименты с целью проверки новой теории, объединяющей поперечное и продольное электромагнитные взаимодействия.

Основу классической магнитостатики, как известно, составляют соотношения:

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \text{rot} \vec{A}, \quad (2.1)$$

$$\text{div} \vec{A} = 0, \quad (2.2)$$

где  $\vec{A}$  - векторный потенциал,  $\vec{H}$  - напряженность магнитного поля,  $\mu_0$  - магнитная постоянная.

В учебниках электродинамики, например [7-10], обычно делается замечание о том, что векторный потенциал  $\vec{A}$  физического смысла не имеет и используется как вспомогательная функция, а условие кулоновской нормировки (2.2) вводится, чтобы устранить неоднозначность этой функции. Согласно условию (2.2) в магнитостатике линии вектора  $\vec{A}$  должны быть замкнутыми, т.е. поле этого вектора является вихревым.

Заметим, что отождествление магнитного поля с картиной из железных опилок, возникшее на самой ранней стадии изучения магнетизма, ничем не обосновано. Возможно, ли описать электромагнитное взаимодействие во всех случаях, пользуясь только представлением о магнитных силовых линиях? Такой вопрос своевременно не был поставлен. Это является одной из причин ограниченности современной электродинамики.

Для полного определения магнитного поля австрийский профессор С. Маринов [23-24] предложил ввести скалярную функцию  $H^*$ , связанную с векторным потенциалом следующим образом:

$$H^* = -\frac{1}{\mu_0} \text{div} \vec{A}. \quad (2.3)$$

Действительно в соответствии с **основной теоремой теории поля (Стокса-Гельмгольца)** [20-21]: если дивергенция и ротор поля (в данном случае поля вектора  $\vec{A}$ ), обращаются в ноль на бесконечности, определены в каждой точке  $\vec{r}$  некоторой области, то всюду в этой области поле вектора  $\vec{A}(\vec{r})$  может быть представлено в виде суммы потенциального и соленоидального полей. Таким образом, соотношение (2.3) отменяет искусственную калибровку (2.2), и позволяет построить обобщенную магнитостатику.

Напряженность векторного магнитного поля  $\vec{H}$  при этом по-прежнему определяется по формуле (2.1). Понятно, что введенный таким способом векторный потенциал  $\vec{A}$  обладает иными свойствами, чем в классической электродинамике. Прежде всего, из (2.3) следует, что поле вектора  $\vec{A}$  имеет

источники и стоки, которые характеризует функция  $H^*$ . Источникам поля вектора  $\vec{A}$  соответствуют отрицательные значения  $H^*$ , а стокам – в положительные.

Заметим, что в обобщенной магнитостатике, как и при классическом подходе, встает вопрос об однозначности определения вектора  $\vec{A}$ . Проблема градиентной инвариантности потенциалов электромагнитного поля будет рассмотрена в главе 14.

В монографиях Николаева Г.В. [16-17] приведены уравнения, которые предлагается положить в основу обобщенной магнитостатики:

$$\operatorname{div}\vec{H} = 0, \quad (2.4)$$

$$\operatorname{rot}\vec{H} + \operatorname{grad}H^* = \vec{j}. \quad (2.5)$$

Из (2.5) следует, что ток проводимости, кроме обычного векторного (соленоидального) магнитного поля, порождает еще и скалярное (потенциальное) магнитное поле. Обратим внимание на то, что уравнение (2.5) соответствует теореме Стокса - Гельмгольца применительно к полю токов  $\vec{j}(\vec{r})$ .

Итак, в соответствии с основной теоремой (Стокса-Гельмгольца) теории поля [20-21] магнитное поле предлагается описывать двумя функциями: векторной -  $\vec{H}(x', y', z', t)$ , и скалярной -  $H^*(x', y', z', t)$ . Николаев Г.В. называет нововведенную составляющую **скалярным (потенциальным) магнитным полем (СМП)** в отличие от обычного **векторного (вихревого) магнитного поля**. Соответственно функцию  $H^*(x', y', z', t)$  будем называть напряженностью СМП.

Как известно, в классической электродинамике используется уравнение

$$\operatorname{rot}\vec{H} = \vec{j}, \quad (2.6)$$

которое выводится из закона полного тока. Его справедливость обычно демонстрируется на примере одного или нескольких бесконечных токов [8], магнитное поле которых определяется только вихревой компонентой, а системы замкнутых токов при этом не рассматриваются. Однако бесконечный ток представляет собой абстракцию и не удовлетворяет условию теоремы Стокса – Гельмгольца, поскольку не обращается в ноль на бесконечности. В главе 6 будет показано, что закон полного тока в форме (2.6) не всегда выполняется применительно к системе нескольких контуров с током, то есть он является частным случаем общего закона (обобщенный закон полного тока).

Вполне можно представить распределение токов, отвечающих условию теоремы Стокса - Гельмгольца:  $\operatorname{rot}\vec{j} \neq 0$  и  $\operatorname{div}\vec{j} \neq 0$ , т. е. заданы отличные от нуля ротор и дивергенция поля  $\vec{j}(r)$ . Понятно, что при этом придется иметь дело не с отдельным током, а с системой токов проводимости, образующих поле. Часть из них замкнутые, а другие – нет, поскольку имеются источники и стоки. Именно такой подход и заложен в основу обобщенной электродина-

мики. При этом нет необходимости рассматривать бесконечные токи, т. е. можно выполнить условие обращения в ноль поля  $\vec{j}(r)$  на бесконечности. Но при такой общей постановке задачи трудно обеспечить условие стационарности незамкнутых токов проводимости. Придется рассматривать нестационарные процессы, учитывать токи смещения, т.е. выходить за рамки магнитостатики, которую мы сейчас рассматриваем. Однако, как уже отмечено, в главе 6 будет показано, что для описания магнитоэлектрического поля системы замкнутых токов тоже необходимо использовать теорему Стокса-Гельмгольца, а не закон полного тока в его частной форме (2.6).

Таким образом, можно сказать, что *использование кулоновской калибровки (2.2) и абстрактной модели линейного бесконечного тока привело к ограниченному взгляду на магнитоэлектрическое поле, который учитывает только одну из его компонент. Поэтому и современные представления об электромагнитном взаимодействии тоже не являются полными. Реальные электрические системы создают магнитное поле с более сложной структурой.*

Подставив в (2.5) уравнения (2.1) и (2.3), получим:

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{A} - \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{A} = \mu_0 \vec{j}.$$

В результате приходим к уравнению Пуассона:

$$\Delta \vec{A} = -\mu_0 \vec{j}. \quad (2.7)$$

Уравнение (2.7) записано для вакуума. Таким образом, векторный потенциал при таком подходе, как и в традиционной магнитостатике, удовлетворяет уравнению Пуассона, однако, при его выводе не потребовалось условие (2.2).

Решение уравнения Пуассона (2.7) в общем случае записывается в виде:

$$\vec{A}(x', y', z') = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\tau} \frac{\vec{j}(x, y, z)}{r} d\tau, \quad (2.8)$$

где  $r = \sqrt{(x' - x)^2 + (y' - y)^2 + (z' - z)^2}$  - модуль радиус-вектора, определяющего расстояние между элементом объема  $d\tau$ , по которому течет ток, и точкой определения потенциала  $\vec{A}$ . Начало радиус-вектора  $\vec{r}$  будем определять координатами:  $x, y, z$ , а конец – штрихованными координатами:  $x', y', z'$ .

В качестве одного из самых важных выводов на этом этапе исследования отметим, что обе компоненты единого магнитного поля определяются при помощи векторного электродинамического потенциала. Следовательно, *векторный электродинамический потенциал  $\vec{A}$  следует признать в качестве основной характеристики полного магнитоэлектрического поля.*

Заметим, что наряду с напряженностью СМП  $H^*(x', y', z', t)$  можно использовать и индукцию СМП:  $B^*(x', y', z', t)$ . Связь между ними представляется соотношением:

$$B^* = \mu' \mu_0 H^* . \quad (2.9)$$

Обратим внимание на то, что в этом соотношении используется та же относительная магнитная проницаемость  $\mu'$ , что и в соотношении между векторами  $\vec{B}$  и  $\vec{H}$ . Как известно векторное магнитное поле оказывает ориентирующее действие на магнитные моменты электронных токов. Именно такой результат электромагнитного воздействия на вещество интегрально выражает относительная магнитная проницаемость вещества  $\mu'$ . Механизм воздействия СМП на вещество рассмотрим позднее в главе 7, с привлечением известных экспериментальных результатов. Тогда и будет показана справедливость соотношения (2.9). Этот же вывод вытекает так же из соображений единства магнитного поля, все характеристики которого представлены 4-мерным вектором  $(\vec{H}, H^*)$ .

В отношении размерности характеристик СМП наблюдается полная аналогия с соответствующими характеристиками векторного магнитного поля:  $H^*$  измеряется в  $A/m$ , а  $B^*$  - в  $Tл$ .

### 3. Магнитное поле прямолинейного тока

Как известно [8], в результате применения к (2.8) оператора  $rot$  получается закон Био-Савара:

$$\vec{H} = \frac{1}{4\pi} \int_{\tau} \frac{\vec{j} \times \vec{r}}{r^3} d\tau . \quad (3.1)$$

Отсюда для напряженности магнитного поля, созданного бесконечным линейным током, получается известная формула:

$$\vec{H} = \frac{J}{2\pi r_0} \vec{\tau}^0 . \quad (3.2)$$

где  $\vec{\tau}^0$  - единичный вектор касательной к окружности радиуса  $r_0$ , охватывающей ток и расположенной в перпендикулярной к нему плоскости.

Для напряженности векторного магнитного поля, созданного конечным прямолинейным участком тока (рис.9), при помощи закона Био-Савара получается [8] формула:

$$\vec{H}(x', y', z') = \frac{J}{4\pi r_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) \vec{\tau}^0 . \quad (3.3)$$

где  $r_0$  - кратчайшее расстояние от проводника до точки  $M$ , углы  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  образуются с положительным направлением оси  $Oz$  радиус-векторами, проведенными из концов участка тока в точку  $M$ .

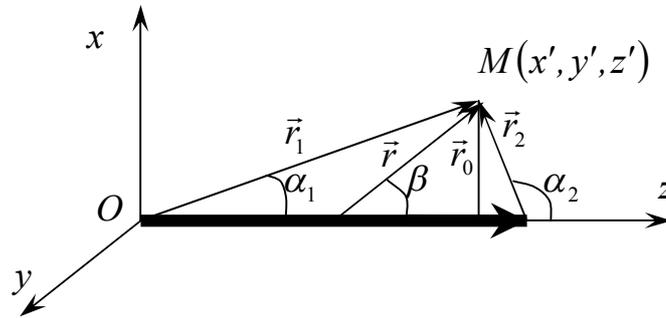


Рис. 9

Теперь применим оператор  $div$  к (2.8), получим:

$$div \vec{A}(x', y', z') = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\tau} div \frac{\vec{j}(x, y, z)}{r} d\tau. \quad (3.4)$$

Здесь учтено, что порядок интегрирования и вычисления дивергенции в правой части можно поменять, так как они выполняются по различным координатам. Преобразуем подынтегральное выражение:

$$div \frac{\vec{j}(x, y, z)}{r} = \frac{1}{r} div \vec{j}(x, y, z) + \vec{j} \cdot grad \frac{1}{r} = -\frac{\vec{j} \cdot \vec{r}}{r^3}. \quad (3.5)$$

Здесь  $div \vec{j}(x, y, z) = 0$ , так как при вычислении  $div$  дифференцирование ведется по штрихованным координатам. В результате получим **аналог закона Био-Савара**, при помощи которого можно определять напряженность СМП, созданного токами, текущими в области  $\tau$ :

$$H^* = \frac{1}{4\pi} \int_{\tau} \frac{\vec{j} \cdot \vec{r}}{r^3} d\tau. \quad (3.6)$$

Подчеркнем, что, вычислив  $div \vec{A}$  с использованием решения уравнения Пуассона (2.8), мы получили выражение отличное от нуля. Это напрямую доказывает неправомерность использования калибровки Кулона (2.2). В обычной электродинамике оператор  $div$  никогда к решению уравнения Пуассона не применяется, и этим исключается понятие СМП, хотя векторный потенциал, определенный при помощи (2.8) эту компоненту магнитного поля содержит.

Учитывая, что

$$\vec{j} \cdot \vec{r} = jr \cos \beta = j \cdot z,$$

получим формулу, аналогичную (3.3), позволяющую определять напряженность СМП, созданного участком тока конечной длины:

$$H^*(x', y', z') = \frac{J}{4\pi} \int_0^L \frac{z dz}{r^3} = \frac{J}{4\pi} \frac{(r_1 - r_2)}{r_1 r_2} = \frac{J}{4\pi r_0} (\sin \alpha_2 - \sin \alpha_1). \quad (3.7)$$

Предложенный выше путь, позволяет определить обе компоненты магнитного поля, но при этом не затрагиваются свойства самого векторного потенциала. Выполним прямое интегрирование в выражении (2.8). В начале вычислим векторный потенциал поля бесконечно длинного прямолинейного тока  $J$ , направленного по оси  $z$ . Координатную плоскость  $Oxy$ , не нарушая общности рассуждений, можно расположить, так, чтобы точка определения поля находилась в ней:  $M(x', y', 0)$ , т.е.  $z' = 0$ . Так как любой элемент этого тока располагается на оси  $Oz$ , то  $x = 0$ ,  $y = 0$ , и радиус-вектор, проведенный от элемента проводника до точки  $M$ , выражается через координаты в виде:

$$r = \sqrt{x'^2 + y'^2 + z^2}.$$

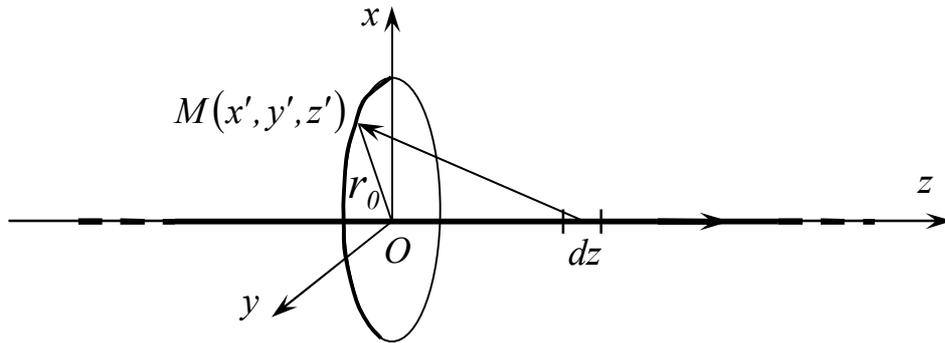


Рис. 10а

Разбив бесконечный ток на два полубесконечных участка (рис. 10а), в результате интегрирования из (2.8) получим:

$$\vec{A} = \frac{\mu_0 J}{2\pi} \int_0^{\infty} \frac{dz}{\sqrt{x'^2 + y'^2 + z^2}} \vec{z}^0 = \frac{\mu_0 J}{2\pi} \ln \left| z + \sqrt{x'^2 + y'^2} \right| \Big|_0^{\infty} \vec{z}^0.$$

В этом выражении нужно определиться со значением  $\vec{A}$  при  $z \rightarrow \infty$ , то есть требуется нормировка векторного потенциала. Очевидно, в качестве такого условия следует принять:

$$\vec{A}_{\infty} = 0. \quad (3.8)$$

Тогда получим:

$$\vec{A}(x', y') = -\frac{\mu_0 J}{2\pi} \ln \left| \sqrt{x'^2 + y'^2} \right| \cdot \vec{z}^0 = -\frac{\mu_0 J}{2\pi} \ln |r_0| \cdot \vec{z}^0. \quad (3.9)$$

Не трудно показать, что дивергенция вектора  $\vec{A}$ , выраженного формулой (3.9) равна нулю, то есть в данном случае условие (2.2) выполняется. Это означает, что бесконечно длинный прямолинейный ток СМП не создает, следовательно, в этом случае  $H^* = 0$ . Нормировка (3.8) обеспечила замыкание линий вектора  $\vec{A}$  в бесконечности, а выполнение условия (2.2) является следствием использования этой нормировки.

Исследуем функцию (3.9). Аргумент логарифма принимает значения от нуля до бесконечности, при этом знак функции изменяется: при значении аргумента меньше единицы функция (3.9) положительная, а при аргументе большем единицы она отрицательная. Следовательно, вблизи проводника направление вектора  $\vec{A}$  совпадает с направлением тока, а вдали от проводника эти векторы взаимно противоположны (рис. 10б). Замыкание линий вектора  $\vec{A}$  происходит в бесконечности, что подтверждает справедливость условия (3.8). Согласно (2.1) вихревое поле вектора  $\vec{A}$  порождает векторное магнитное поле  $\vec{B}$ . Никаких противоречий с классической магнитостатикой в этом случае не возникает.

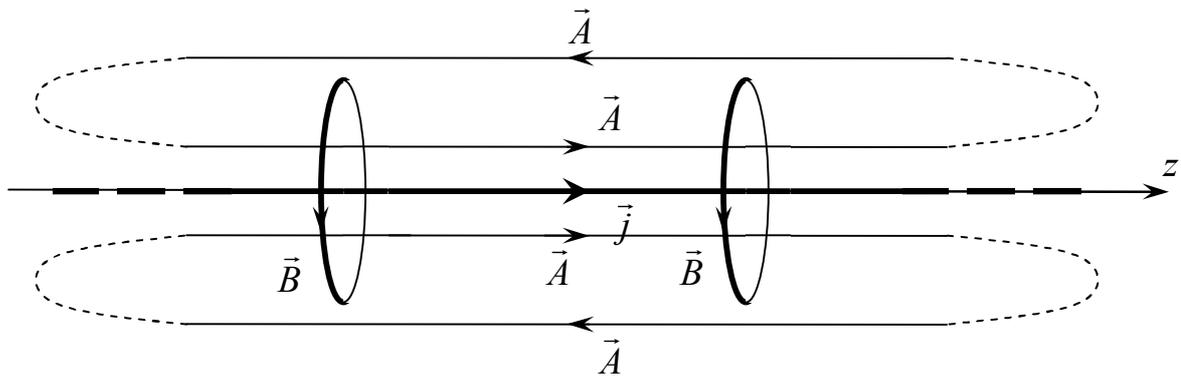


Рис. 10б

Кстати некоторая искусственность такого подхода проявляется в том, что изменение знака функции  $A(x', y')$  происходит на единичном расстоянии от проводника и, следовательно, зависит от выбора системы единиц. Возникающая неопределенность связана с использованием нереальной модели - бесконечного линейного тока. По сравнению с бесконечностью любой конечный отрезок (безразлично длиной в 1 м или 1 см) пренебрежимо мал.

Теперь вычислим векторный потенциал магнитного поля, создаваемого в произвольной точке  $M(x', y', 0)$ , прямолинейным током  $J$ , текущим по проводнику конечной длины  $L$  [25-27]. Если начало координатной системы связать с одним из концов токового отрезка, а ось  $z$  направить по току (рис.9), то из (2.8) получим:

$$\vec{A}(x', y', z') = \frac{\mu_0 J}{4\pi} \ln \left| \frac{L - z' + \sqrt{x'^2 + y'^2 + (L - z')^2}}{\sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2} - z'} \right| \cdot \vec{z}^0. \quad (3.10)$$

Заметим, что никаких нормировок в этом случае вводить не потребовалось. Обозначим положительные величины

$$r_1 = \sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2}; \quad r_2 = \sqrt{x'^2 + y'^2 + (L - z')^2}.$$

Они представляют собой модули радиус-векторов, проведенных в точку  $M(x', y', z')$  соответственно из начала и конца токового отрезка.

Сравнивая числитель и знаменатель выражения, стоящего под знаком логарифма в (3.10), нетрудно убедиться, что

$$\frac{L - z' + \sqrt{x'^2 + y'^2 + (L - z')^2}}{\sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2} - z'} > 1,$$

поскольку сумма двух сторон треугольника, представленного на рис.9, всегда больше третьей его стороны:

$$L + \sqrt{x'^2 + y'^2 + (L - z')^2} > \sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2}, \quad \text{или} \quad L + r_2 > r_1.$$

Изобразим график функции (3.10) (рис.11).

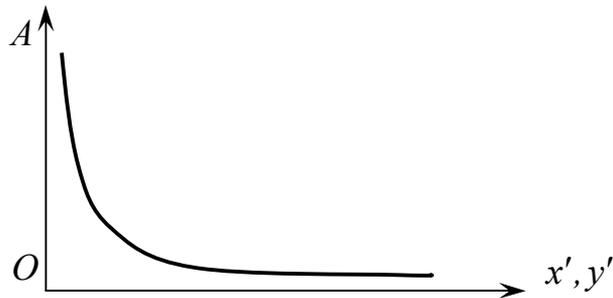


Рис.11

Таким образом, согласно (3.10) линии векторного потенциала должны иметь только одно направление. Следовательно, обязательно существуют источники и стоки поля вектора  $\vec{A}$ , и высказанное выше предположение подтверждается.

В результате вычисления дивергенции функции (3.10), имеем:

$$\operatorname{div} \vec{A} = \frac{\partial A_z}{\partial z'} = \frac{\mu_0 J}{4\pi} \frac{(r_2 - r_1)}{r_1 r_2}.$$

Так как при произвольных значениях  $r_1$  и  $r_2$  величина  $\operatorname{div} \vec{A} \neq 0$ , то СМП в этом случае создается и его напряженность определяется по уже полученной формуле (3.7).

Из проведенного анализа вытекает важнейший вывод: **векторный потенциал в общем случае обладает вихревой и потенциальной компонентами, что соответствует теореме Стокса-Гельмгольца:**

$$\vec{A} = \vec{A}_0 + \vec{A}_{\rightarrow}.$$

При этом формулы (2.1) и (2.3) можно записать соответственно в виде:

$$\vec{B} = \text{rot}\vec{A} = \text{rot}\vec{A}_0, \text{ или } \vec{H} = \frac{1}{\mu'\mu_0} \text{rot}\vec{A}_0 = \frac{1}{\mu'\mu_0} \text{rot}\vec{A}, \quad (3.11)$$

$$B^* = -\text{div}\vec{A} = -\text{div}\vec{A}_{\rightarrow}, \text{ или } H^* = -\frac{1}{\mu'\mu_0} \text{div}\vec{A}_{\rightarrow} = -\frac{1}{\mu'\mu_0} \text{div}\vec{A}. \quad (3.12)$$

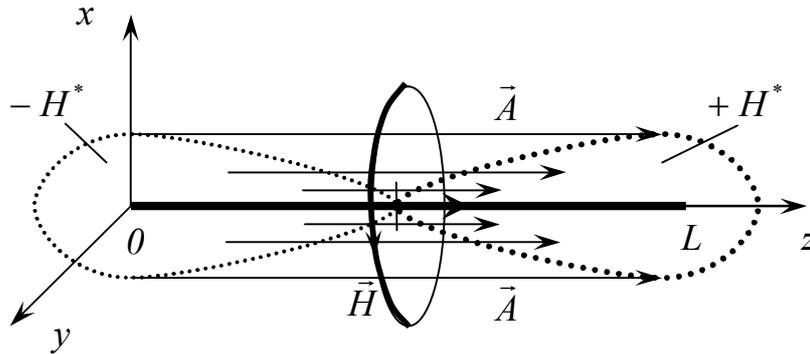


Рис. 12

На рис.12 представлены линии векторного потенциала  $\vec{A}$ , векторное магнитное поле  $\vec{H}$  и скалярное магнитное поле  $H^*$ , созданные прямолинейным токовым отрезком конечной длины. Обратим внимание на то, что линии векторного потенциала  $\vec{A}$  направлены вдоль оси  $Oz$ , однако вихревая компонента этого поля обусловлена его неоднородностью вдоль осей  $x$  и  $y$ .

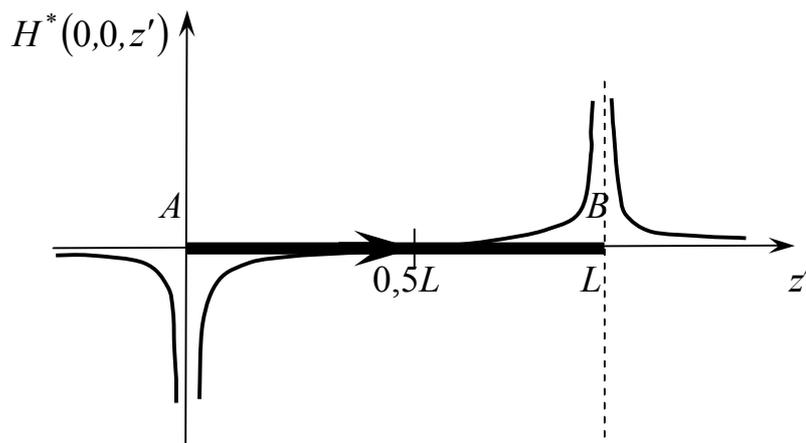


Рис. 13

Исследуем функцию (3.7). На рис. 13 представлен график зависимости  $H^*(0,0,z')$ , то есть эта функция определена в точках, лежащих на оси  $z$ , при этом  $r_1 = |z'|$ ,  $r_2 = |L - z'|$ . Как видно из графика, функция  $H^*(0,0,z')$  явля-

ется знакопеременной и на концах токового отрезка  $AB$  имеет разрывы. Распределение функции  $H^*(0,0,z')$  соответствует СМП, изображенному на рис. 12. Заметим, что вдоль проводника возникает градиент СМП  $gradH^*(0,0,z')$ , направленный по току, текущему в нем.

Пользуясь выражением (3.7), исследуем зависимость напряженности СМП в точках, лежащих на оси  $x$ . Для этих точек  $r_1 = x'$ ,  $r_2 = \sqrt{L^2 + x'^2}$ , поэтому функция  $H^*(x',0,0)$  имеет отрицательный знак (рис.14а). Для точек, лежащих на оси  $y$  функция  $H^*(0,y',0)$  тоже отрицательная. Таким образом, позади токового отрезка вблизи точки  $A$  создается СМП отрицательного знака.

Аналогичным способом нетрудно показать, что впереди токового отрезка вблизи точки  $B$  СМП имеет положительный знак (рис. 14б), так как  $H^*(x',0,L) > 0$ ,  $H^*(0,y',L) > 0$ .

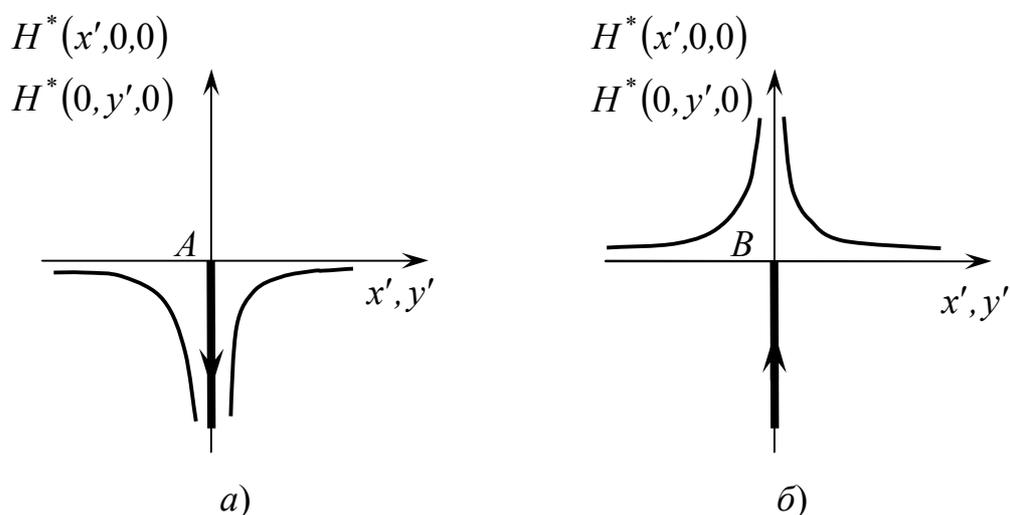


Рис. 14

Основываясь на проведенном выше исследовании, можно сформулировать общее правило: *если смотреть из середины отрезка вдоль по направлению тока, текущего в нем, то впереди создается положительное СМП, а позади – отрицательное*. Очень важно заметить, что *СМП по своей сути всегда является неоднородным и пространственно неограниченным (т.е. обращается в ноль в бесконечности)*. Рассматривать однородные или пространственно ограниченные СМП можно лишь умозрительно. В некоторых случаях мы будем использовать подобные абстракции. Однако при этом требуется известная осторожность, поскольку выводы, полученные с их использованием, иногда оказываются неверными.

Из графиков на рис. 13 и 14 видно, что на концах проводника напряженность СМП принимает бесконечные значения. Такой результат получился потому, что ток считается линейным, то есть не имеющим поперечных размеров. Реальные проводники всегда имеют конечные поперечные размеры. Пусть, например, имеется цилиндрический проводник радиуса  $a$  и длины  $L$ . Такой проводник при равномерном распределении тока по его сечению

можно приближенно моделировать цилиндрической трубкой радиуса  $2a/3$ . Тогда при условии, что  $L \gg a$ , получим приближенные значения напряженности собственного СМП на концах проводника:

$$H_{min}^*(0,0,0) = \frac{J}{8\pi} \frac{2a - 3L}{aL}, \quad H_{max}^*(0,0,L) = \frac{J}{8\pi} \frac{3L - 2a}{aL}. \quad (3.13)$$

Формулы (3.13) вычислены приближенно с использованием упрощенной модели. Для получения более точного результата требуется исследовать распределение плотности тока в проводнике  $j(r)$ . В частности, если ток является переменным нужно учитывать скин-эффект [7].

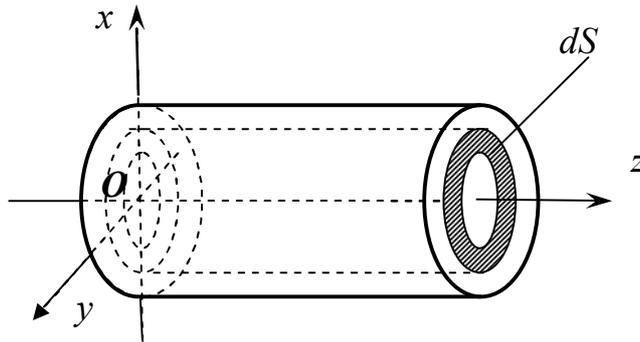


Рис. 15

Пусть ток, текущий по цилиндрическому проводнику радиуса  $r$  распределен по осесимметричному закону  $j(r)$  (рис. 15). Выделим цилиндрический участок проводника с круговым сечением  $dS = 2\pi r \cdot dr$ . Ток, текущий по этому цилиндрическому участку, создает на оси  $z$  СМП в соответствии с формулой (3.7):

$$dH_c^*(0,0,z') = \frac{j(r)}{4\pi} \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) dS = \frac{j(r)}{2} \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) r dr.$$

Напряженность собственного СМП, созданного этим током на оси  $z$ , вычисляется в результате интегрирования:

$$H_c^*(0,0,z') = \frac{1}{2} \int_0^a j(r) \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) r \cdot dr, \quad (3.14)$$

где  $r_1 = \sqrt{r^2 + z'^2}$ ,  $r_2 = \sqrt{r^2 + (L - z')^2}$ .

В предельном случае, когда ток создается движением отдельной положительно заряженной частицы,  $r_1$  и  $r_2$  в формуле (3.7) имеют близкие значения, но не равны между собой, так как частица имеет конечные размеры. График функции  $H_c^*(0,0,z')$  при этом можно изобразить только двумя ветвями (рис. 16 а). Таким образом, перед движущимся положительным заря-

дом создается СМП положительного знака, а позади него это поле имеет отрицательный знак. В связи с этим можно, наверное, говорить и о структуре поля внутри самой частице, но этого специального вопроса в рамках настоящего исследования касаться не будем. Тем не менее, вполне определенно можно сказать, что *любая движущаяся заряженная частица представляет собой градиентную структуру*, это важно иметь ввиду, чтобы понять механизм ее взаимодействия с внешним СМП.

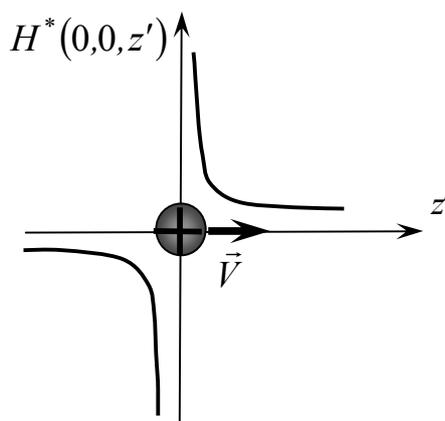


Рис. 16а

Таким образом, при движении заряда создаются две компоненты магнитного поля, одна из них описывается векторной функцией  $\vec{H}$ , другая – скалярной  $H^*$ . Векторное магнитное поле изображается концентрическими силовыми линиями, расположенными в плоскостях, перпендикулярных направлению движения заряда. СМП различных знаков создается впереди и позади заряда. Изобразим оба этих поля условно для движущегося положительного заряда (рис. 16 б). При движении отрицательного заряда в том же направлении знаки скалярного поля поменяются.

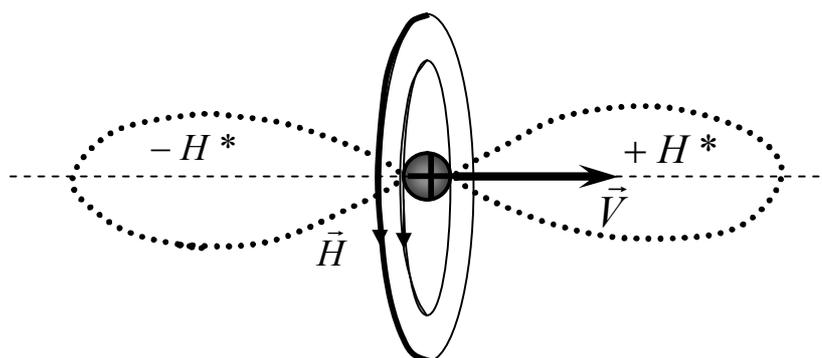


Рис. 16б

Реальные проводники с током всегда конечны и образуют замкнутые контуры, поэтому следует обратиться к проблеме взаимодействия между собой частей единого контура, как, например это имеет место в описанных выше экспериментах Ампера. С этой целью необходимо подробнее разобраться со свойствами полной магнитной силы.

#### 4. Обобщенный закон электромагнитного взаимодействия

Сила Ампера и сила Николаева взаимно перпендикулярны, поэтому модуль полной магнитной силы, действующей на элемент тока, определяется по формуле:

$$dF^M = \sqrt{dF_A^2 + dF^{*2}}.$$

Для вычисления плотности силы Ампера, как известно, применяется формула:

$$\vec{f}_A = \vec{j} \times \vec{B}. \quad (4.1)$$

Обычно говорят, что внешнее магнитное поле воздействует на электрический ток. Однако, как пишет Максвелл [3], «следует четко помнить, что механическая сила, стремящаяся перемещать проводник с током поперек линий магнитной индукции, действует не на электрический ток, а на токонесущий проводник». Нетрудно показать, что сила Ампера, действующая на некоторый участок проводника с током, помещенный во внешнее магнитное поле, возникает в результате взаимодействия движущихся в нем электронов, с кристаллической решеткой проводника. Внешнее векторное магнитное поле взаимодействует с векторным магнитным полем каждого электрона, создавая силу Лоренца:

$$\vec{F}_L = e\vec{V} \times \vec{B}.$$

Очевидно, что для линейного тока, когда все частицы движутся вдоль одной линии, плотность силы Ампера можно вычислять по формуле (4.1), поскольку:

$$\vec{f}_A = ne\vec{V} \times \vec{B} = \vec{j} \times \vec{B}.$$

То есть силу Ампера в этом случае допустимо считать суммой сил Лоренца. Если же учесть поперечные размеры проводника, то магнитные поля электронов частично компенсируются. Это можно видеть на примере двух заряженных частиц, движущихся по параллельным траекториям в одном направлении: векторное магнитное поле в области расположенной между ними частично компенсируется. Токонесущий проводник конечных поперечных размеров создает результирующее векторное магнитное поле, которое и взаимодействует с внешним магнитным полем. При этом сила Ампера не равна сумме сил Лоренца, действующих на все электроны. В этом случае, опираясь на представления, связанные с формулой (2.5), плотность поперечной силы следует определять по формуле:

$$\vec{f}_A = \text{rot}\vec{H}_c \times \vec{B},$$

где  $\vec{H}_c$  - напряженность собственного векторного магнитного поля проводника.

Аналогично для продольной электромагнитной силы. В случае взаимодействия отдельной движущейся заряженной частицы с внешним СМП, можно ввести аналог силы Лоренца:

$$\vec{F}_e^* = eB^* \cdot \vec{V}. \quad (4.2)$$

Однако если рассмотреть комплекс частиц, движущихся последовательно вдоль некоторой оси в присутствии внешнего СМП, то возникает сила Николаева, которая не равна сумме сил, действующих на такое же количество уединенных частиц. Это происходит потому, что градиенты СМП всех частиц направлены вдоль линии движения. В промежутках между частицами накладываются СМП противоположных знаков и частично компенсируют друг друга. При этом образуется единое СМП комплекса заряженных частиц. Механизм образования собственного СМП комплексом движущихся положительных зарядов представлен на рис. 17. Сила Николаева возникает за счет взаимодействия внешнего СМП  $B^*$  с собственным СМП  $H_c^*$ , созданным комплексом движущихся заряженных частиц.

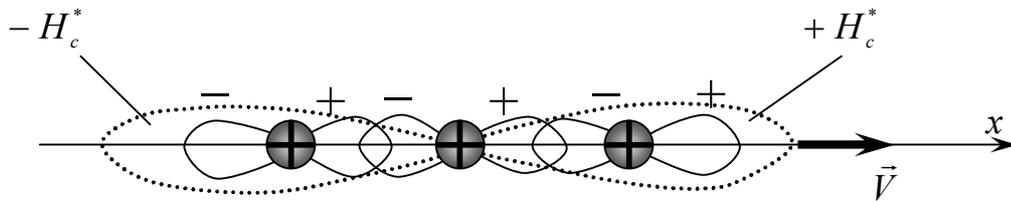


Рис. 17

Поэтому в выражении для плотности силы Николаева вместо  $\vec{j}$  на основании (2.5) логично использовать градиент его собственного СМП:

$$\vec{f}^* = B^* \text{grad}H_c^*. \quad (4.3)$$

Таким образом, важно понимать, что *внешнее СМП воздействует только на объекты, создающие собственное СМП, то есть на градиентные электромагнитные структуры.* С учетом направления  $\text{grad}H_c^*$  можно говорить, что *сила Николаева действует по направлению тока, текущего в СМП положительного знака, и противоположно направлению тока, текущего в отрицательном СМП.*

Из сказанного следует, что *обобщенный закон электромагнитного взаимодействия* записывается в виде:

$$\vec{f} = \text{rot}\vec{H}_c \times \vec{B} + B^* \text{grad}H_c^*. \quad (4.4)$$

Этот закон учитывает обе компоненты полной электромагнитной силы (поперечную и продольную) и ее вихревой характер. Физическое толкование этого закона приведено в Заключение. Заметим, что закон (4.1) вытекает из (4.4) как частный случай применительно к бесконечному линейному току.

Сила Николаева, действующая на ток, текущий в области конечных размеров  $\tau$  в присутствии внешнего СМП, вычисляется в результате интегрирования:

$$\vec{F}^* = \int_{\tau} B^* \text{grad} H_c^* d\tau. \quad (4.5)$$

Заметим, что применять формулу (3.7) для вычисления с помощью (4.5) силы Николаева, действующей на линейный проводник, можно только при условии  $\Delta z < L$ , то есть когда внешнее СМП действует не по всей длине проводника. Если же внешнее СМП действует по всей длине проводника (от 0 до  $L$ ), при вычислении интеграла возникает неопределенность, поскольку на концах отрезка собственное СМП и  $\text{grad} H_c^*$  принимают бесконечные значения. В этом случае можно использовать приближенные формулы (3.13), определяющие значения напряженности собственного СМП на концах проводника.

Поскольку для прямолинейного проводника с малым поперечным сечением можно считать, что  $H_c^*$  зависит только от  $z$ , получим:

$$\text{grad} H_c^* = \frac{dH_c^*}{dz} \vec{z}^0.$$

Тогда в соответствии с (4.5) в случае, когда внешнее СМП можно считать однородным, стационарным ( $B^* = \text{const}$ ) и действующим на участке проводника  $\Delta z = z_2 - z_1$ , имеем:

$$\vec{F}^* = B^* S [H_c^*(z_2) - H_c^*(z_1)] \vec{z}^0, \quad (4.6)$$

где  $S$ - площадь сечения проводника. В случае, когда однородное внешнее СМП действует по всей длине проводника:

$$\vec{F}^* = B^* S [H_c^*(L) - H_c^*(0)] \vec{z}^0, \quad (4.7)$$

где значения собственного СМП на концах проводника вычисляются по формулам (3.13).

Выражения (4.6) и (4.7) являются приближенными, поскольку не учитывают распределение СМП в проводнике в зависимости от поперечных координат  $x$  и  $y$ . Однако их можно применять для достаточно длинных проводников с малым поперечным сечением.

Покажем, что сформулированное выше общее правило о направлении силы Николаева выполняется во всех частных случаях. На рис. 18 представлены четыре возможных случая расположения взаимодействующих между собой элементов тока с указанием действующих на них сил. Направление продольных магнитных сил изображено в соответствии с формулой (4.3), знаки скалярных магнитных полей при этом определяются по правилу, сформулированному в предыдущей главе.

Очевидно, что модули сил Ампера и Николаева во всех случаях находят-  
ся в соотношении:

$$F_1^* = F_2^A, \quad F_2^* = F_1^A.$$

При этом всегда для полной магнитной силы третий закон Ньютона выпол-  
няется:

$$\vec{F}_{12}^M = -\vec{F}_{21}^M.$$

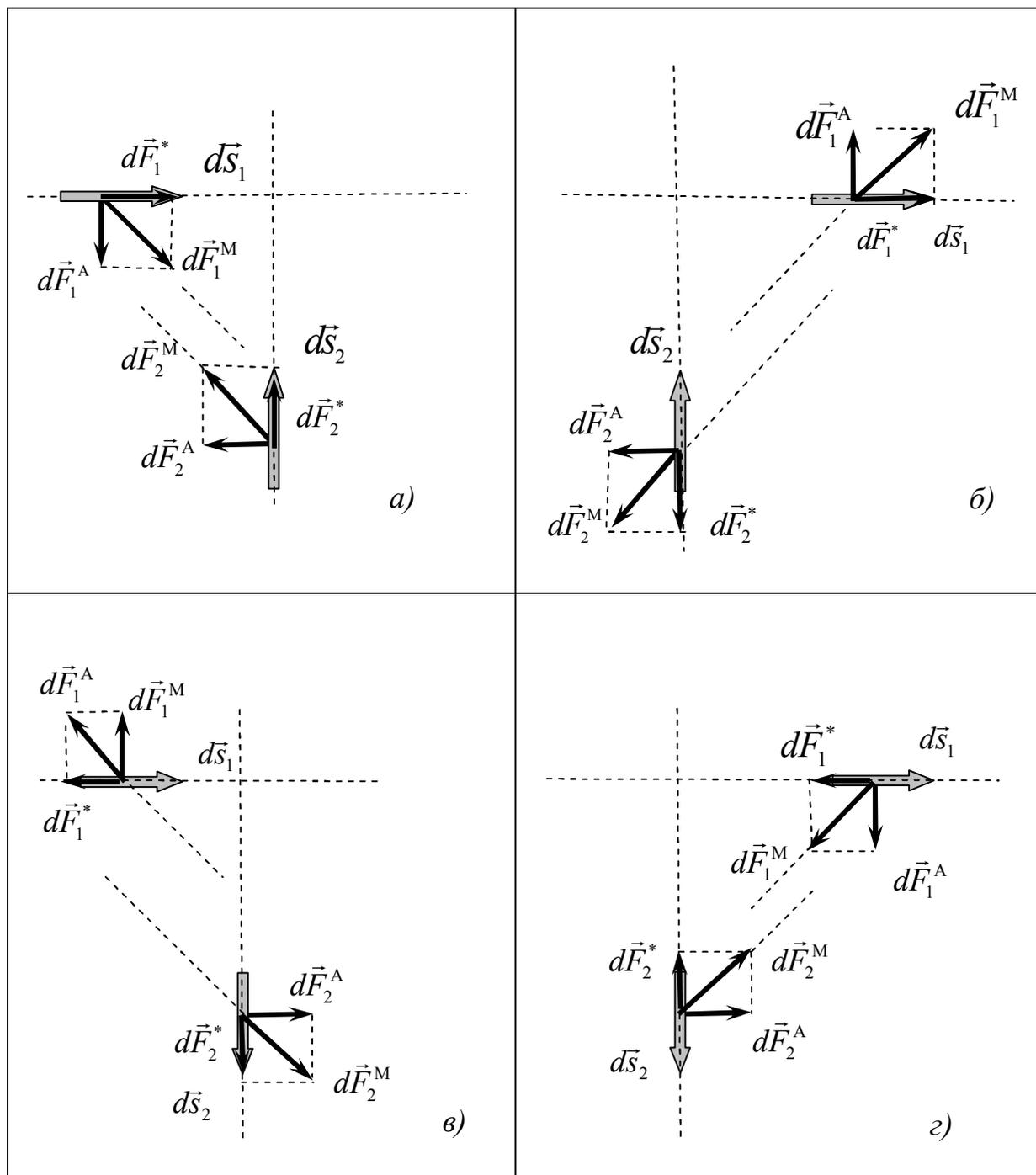


Рис. 18

Проанализировав все возможные случаи взаимодействия элементов тока, приходим к выводу, что полные магнитные силы проявляются в одних случаях как силы притяжения, в других – как силы отталкивания. Этот вывод можно сформулировать в виде частного правила, применимого для взаимно ортогональных токов: *если в точке пересечения линий токов накладываются скалярные поля одного знака, то между токовыми элементами, их создающими, возникают притягивающие полные магнитные силы. При наложении в указанной точке скалярных полей различных знаков на точки действуют отталкивающие полные магнитные силы.*

Например, на рис. 18а в точке пересечения линий токов накладываются положительные СМП, поэтому токи притягиваются в результате полного магнитного взаимодействия. На рис. 18г представлен случай, когда в точке пересечения линий токов накладываются отрицательные СМП, в результате токи вновь притягиваются. На рис. 18б и 18в изображены случаи, когда происходит наложение СМП различных знаков, поэтому полное магнитное взаимодействие проявляется в виде сил отталкивания. Для определения направления силы Николаева, действующей на движущуюся в СМП заряженную частицу можно применить правило: *положительный заряд в положительном СМП ускоряется, а в отрицательном замедляется. Отрицательный заряд наоборот, замедляется в положительном СМП и ускоряется в отрицательном.*

Из формул (4.3), (4.5) следует, что, направление продольной магнитной силы, действующей на ток или движущуюся частицу, не связано с неоднородностью внешнего скалярного магнитного поля. Важен лишь знак этого поля. Как отмечено выше, линейный проводник с током или движущийся заряд сами являются градиентными структурами. При этом градиент собственного СМП в случае положительного заряда направлен по скорости его движения, а при отрицательном заряде – противоположно скорости.

Каков механизм взаимодействия движущегося заряда со скалярным магнитным полем? Чтобы ответить на этот вопрос, очевидно, нужно выяснить, что такое «заряд» и что такое «поле». К сожалению, имеющиеся в современной физике представления об этих понятиях включают в себя только некоторые свойства этих объектов и ничего не говорят об их природе. Например, распространенное определение: «Физические поля являются особой формой материи» - указывает только на материальность данных объектов, но ничего не говорит об их структуре.

Затронутый вопрос носит фундаментальный характер, требует серьезного анализа и не может быть полностью решен в рамках настоящего исследования. Однако, имеющиеся теоретические и экспериментальные результаты, позволяют сделать некоторые предположения о механизме взаимодействия движущейся частицы с СМП. Этот вопрос обсудим в заключительной главе.

## 5. Замечание о понятии «магнитное поле»

Известно, что магнитное поле создается движущимися заряженными частицами. При этом напряженность магнитного поля зависит от выбора системы отсчета. В системе отсчета, связанной с частицей, магнитного поля нет. Следовательно, магнитное поле – релятивистский эффект. В принципе можно построить электродинамику, не пользуясь понятием «магнитное поле», достаточно применять лишь представления об электрическом поле. Образное описание этого феномена содержится в книге Э. Парселла [10]. Применим аналогичный подход, чтобы объяснить продольное электромагнитное взаимодействие.

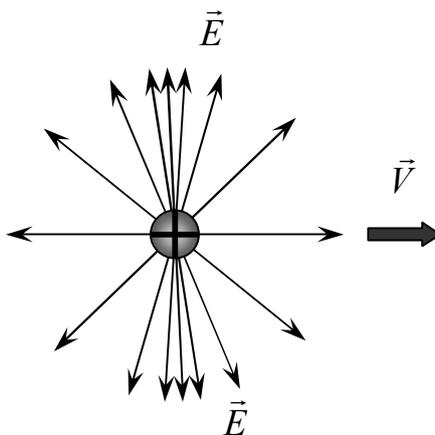


Рис. 19

На основе представления о конечной скорости распространения сигнала не трудно показать, что электрическое поле заряженной частицы, движущейся равномерно и прямолинейно по отношению к наблюдателю, не является сферически симметричным. Ее электрическое поле под прямым углом к направлению движения оказывается сильнее, чем поле в направлении движения на том же расстоянии от заряда (рис. 19). Электрическое поле как бы «сплющивается», стремясь сконцентрироваться в диск, перпендикулярный к направлению движения. Важно отметить, что сам заряд (в отличие от массы) является релятивистски инвариантной величиной, то есть не зависимо от скорости сохраняет свое значение в любой системе отсчета [10].

Пользуясь этими представлениями, рассмотрим взаимодействие двух элементов тока, расположенных взаимно перпендикулярно. Отметим, что рассмотрение взаимодействия двух движущихся свободных заряженных частиц требует совсем иной постановки задачи, как это уже отмечалось в главе 1. Пусть два элемента тока  $J_1 d\vec{s}_1$  и  $J_2 d\vec{s}_2$  расположены на взаимно перпендикулярных линиях (рис. 20). Каждый элемент электрически нейтрален. Ток возникает при движении электронов (светлые точки), положительные заряды – ионы в проводнике неподвижны (темные точки). Следует рассмотреть следующие типы попарных взаимодействий:

- электрон – электронное,
- электрон – ионное,

- ион – ионное,
- ион – электронное.

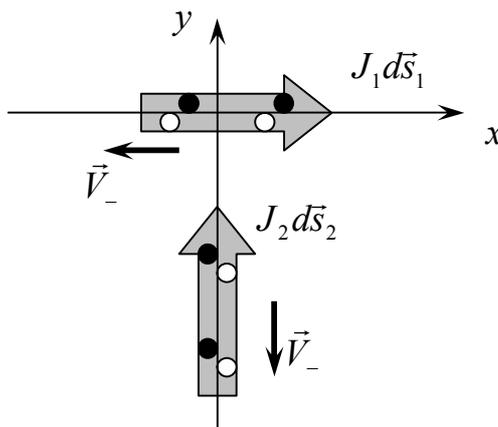


Рис. 20

Изобразим электрические поля электронов, содержащихся в первом элементе, в системе отсчета, связанной с одним из электронов, движущимся во втором элементе (рис. 21а). Из рисунка видно, что воздействие правого электрона, движущегося в первом проводнике, на электроны второго проводника больше, чем воздействие левого. То есть возникает некоторая асимметрия относительно оси  $y$ . Поэтому за счет электрон-электронного взаимодействия на второй проводник действует сила  $\vec{F}_{21}$ , имеющая поперечную  $\vec{F}_{\perp}^{(2)}$  и продольную  $\vec{F}_{\parallel}^{(2)}$  компоненты.

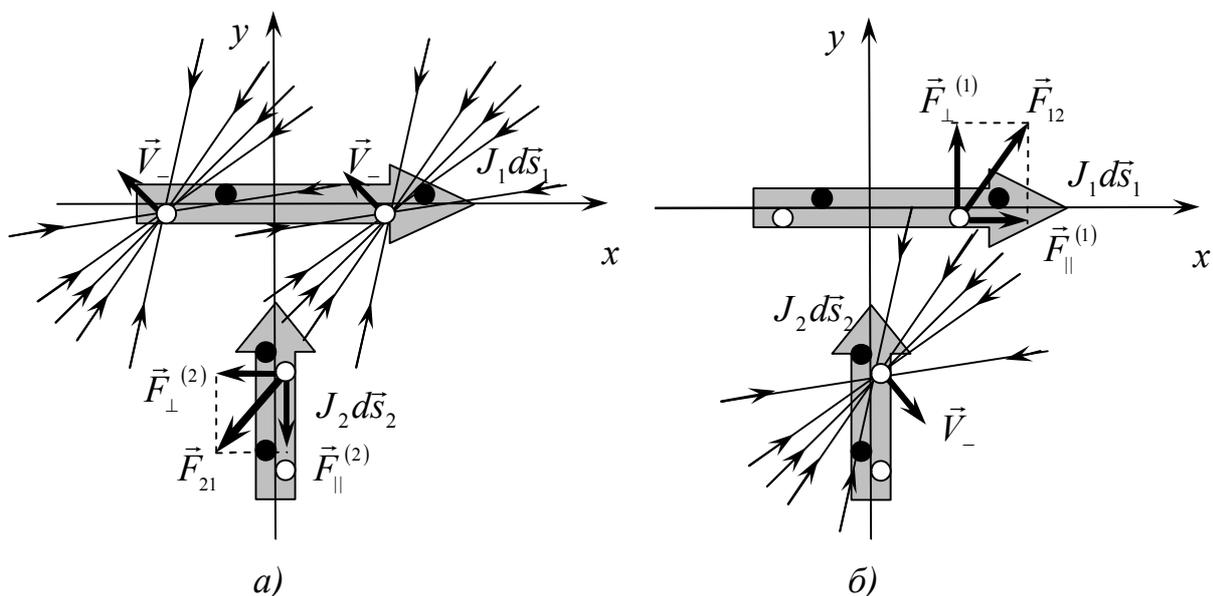


Рис. 21

Рассмотрим в той же системе отсчета взаимодействие электронов второго проводника с ионами первого (электрон-ионное взаимодействие). В системе отсчета, связанной с электронами второго проводника, ионы первого проводника движутся в положительном направлении оси  $y$ . Их воздействие на электрон второго проводника приводит к возникновению силы, направ-

ленной по оси  $y$  в положительном направлении. Но эта сила за счет деформации электрического поля иона в выбранной системе отсчета, несколько слабее, чем при взаимодействии неподвижных относительно друг друга электрона и иона.

Далее рассматриваем ион-ионное взаимодействие в условно неподвижной системе отсчета: на второй проводник действует сила, направленная по оси  $y$  в отрицательном направлении. Остается рассмотреть взаимодействие ионов второго проводника с электронами первого (ион-электронное взаимодействие). При этом на второй проводник действует сила, направленная в положительном направлении оси  $y$ . Эта последняя сила за счет движения электронов несколько больше, силы возникающей за счет ион-ионного взаимодействия. Заметим, что все три последних типа взаимодействий симметричны относительно оси  $y$ , следовательно, они не создают сил, направленных вдоль оси  $x$ .

При рассмотрении взаимодействия элементов тока с малыми линейными размерами в случае их расположения как показано на рис. 21а, все четыре силы, действующие на второй элемент вдоль оси  $y$ , очевидно, компенсируются (две из них направлены по оси  $y$ , и две – против). Модули этих сил несколько различаются между собой, но сумма равна нулю. Следовательно, при заданном расположении токовых элементов единственной силой, действующей на электроны второго элемента (а, следовательно, и на сам элемент), является поперечная сила  $\vec{F}_{\perp}^{(2)}$ . Электроны, взаимодействуя с кристаллической решеткой проводника, передают ему свой поперечный импульс, за счет этого и возникает известная сила Ампера.

Теперь рассмотрим силы, действующие на частицы первого проводника. Из рис. 21б видно, что взаимодействие любого электрона второго проводника с правым электроном первого проводника сильнее, чем с левым. При этом за счет электрон-электронного взаимодействия на первый проводник действует как поперечная  $\vec{F}_{\perp}^{(1)}$ , так и продольная  $\vec{F}_{\parallel}^{(1)}$  силы. Причем продольная сила направлена по току, текущему в первом проводнике, т.е. в положительном направлении оси  $x$ . Не трудно показать, что оставшиеся три типа взаимодействия частиц (электрон – ионное, ион – ионное и ион – электронное) создают силы, направленные вдоль оси  $y$ . При этом все четыре поперечные по отношению к первому проводнику силы компенсируются. Единственная сила, действующая на первый проводник, направлена вдоль оси  $x$ , т. е. является продольной.

Аналогичные рассуждения можно применить и для объяснения взаимодействия токов, текущих вдоль одной оси, которое наблюдается в опыте Ампера, представленном на рис. 4. Скорости электронов в обоих проводниках считаем одинаковыми. При этом в системе отсчета, связанной с любым электроном, все остальные электроны неподвижны. Следовательно, электростатическое взаимодействие (отталкивание) движущихся электронов не отличается от случая, когда они все покоятся. Взаимодействие (притягивание) между электронами одного проводника и ионами другого существенно ослабе-

ваает за счет деформации электрических полей электронов при их движении в системе отсчета, связанной с ионами другого проводника. В результате между двумя участками тока, текущего вдоль одной прямой, действует продольная отталкивающая сила, что и наблюдается в эксперименте Ампера.

*Эти рассуждения, проведенные без использования понятия «магнитное поле», подтверждают необходимость введения продольного взаимодействия токов и объясняют его физическое происхождение.* Магнитное поле вводится лишь для удобства описания взаимодействия токов. Как пишет Э. Парселл [10] «Если бы для анализа каждой системы движущихся зарядов приходилось совершать преобразования «вперед - назад» между разными системами координат, то наша задача стала бы утомительной и отупляющей. Есть лучший способ. Общее действие одного тока на другой можно описать полно и сжато, вводя понятие о новом поле – магнитном». Сразу же подчеркнем, что представлять магнитное поле только вихревой компонентой (как это принято в современной теории), означает исключить продольную силу, которая, как только что показано, неизбежно возникает при взаимодействии токов. Отсюда вывод: *вводя понятие «магнитное поле», необходимо наделить его всеми атрибутами в соответствии с общей теорией поля и его основной теоремой Стокса-Гельмгольца.*

Встает вопрос о потенциальности сил при рассмотренном выше подходе. Как известно, электростатическое взаимодействие всегда потенциально, а магнитостатическое – нет. Все дело в том, что магнитное взаимодействие не сводится электростатическому, как это могло показаться. Мы рассматривали взаимодействие движущихся зарядов, а это уже не электростатическая, а электродинамическая задача. При электродинамическом взаимодействии нарушается пространственная симметрия, поэтому на взаимодействующие токовые элементы действуют результирующие силы, включающие поперечную и продольную компоненты, и в общем случае направленные не по линии их соединяющей, а по параллельным линиям действия.

Кстати, использованный подход дает однозначный ответ на вопрос о существовании «магнитных зарядов», которые иногда пытаются вводить из соображений симметрии в природе. *Магнитное поле не является самостоятельным материальным объектом, это – псевдополе. Поэтому нет и «монополей», порождающих его в отсутствие движущихся электрических зарядов.* Математическая симметрия в описании электромагнитного поля при этом, как будет показано в дальнейшем, проявляется в полной мере.

Использованный взгляд на происхождение магнитного поля требует ответа на вопрос о реальном существовании электромагнитного поля в целом. То есть, является ли электромагнитное поле самостоятельным материальным объектом, или его характеристики лишь отражают состояние какого-то материального объекта, заполняющего все мировое пространство. К обсуждению этого вопроса обратимся в заключительной главе.

## 6. Скалярное магнитное поле электрических систем

Традиционная магнитостатика изучает только магнитные поля, созданные простейшими элементами: прямолинейным бесконечным током и замкнутым контуром. Соответственно простейшими по своей конфигурации являются круговые (с осевой однородностью за счет бесконечной длины тока) и соленоидальные векторные магнитные поля. Количество витков цилиндрической катушки (соленоида) с однонаправленной намоткой принципиального значения не имеет, так как характер топологии поля при этом не изменяется. Ниже будет показано, что условие прямолинейности оси соленоида является важным для сохранения типа конфигурации магнитного поля.

Если же встречается электрическая система, включающая несколько таких простейших элементов, например соленоидов, то в традиционной магнитостатике исследование ее магнитного поля всегда происходит на уровне характеристик  $\vec{B}$  и  $\vec{H}$ . Вопрос о векторном потенциале  $\vec{A}$  не ставится, и его свойства не рассматриваются. Такой подход приводит к исключению из рассмотрения потенциальной составляющей векторного потенциала, а, следовательно, и СМП.

Очень важным представляется вопрос об условиях создания СМП замкнутой электрической цепью, состоящей из одного или нескольких контуров. При его решении, как мы понимаем, следует опираться на свойства основной характеристики – векторного потенциала. Рассмотрим замкнутый контур в виде прямоугольника с током (рис.22а). В любой точке пространства накладываются магнитные поля от четырех токовых отрезков его образующих. В любой произвольной точке, кроме точки  $O$  пересечения диагоналей прямоугольника, вектор  $\vec{A}$  отличен от нуля. Конфигурация векторного магнитного поля, созданного прямоугольным контуром, известна.

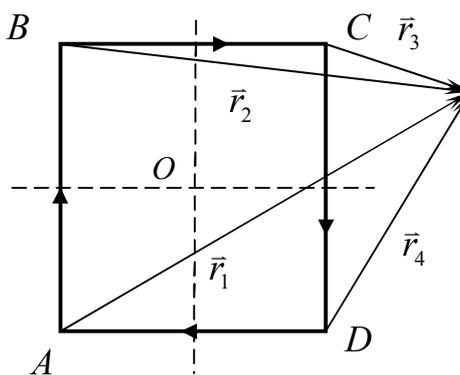


Рис. 22а

Исследуем скалярное магнитное поле прямоугольного контура с током. Покажем, что сумма всех четырех составляющих, вычисленных по формуле (3.7), равна нулю. Выберем произвольную точку пространства и проведем в нее радиус-векторы из всех четырех углов, обозначив их соответственно  $r_1, r_2, r_3, r_4$ . Нетрудно увидеть, что

$$H^*(x', y', z') = \frac{J}{4\pi} \left( \frac{r_1 - r_2}{r_1 r_2} + \frac{r_2 - r_3}{r_2 r_3} + \frac{r_3 - r_4}{r_3 r_4} + \frac{r_4 - r_1}{r_4 r_1} \right) = 0.$$

Проверим, выполняется ли это условие для точек, лежащих на осях симметрии контура (рис. 22б). В этом случае  $r_1 = r_4$ ,  $r_2 = r_3$ , кроме того  $r_1 - r_2 = -(r_3 - r_4)$ . Следовательно, и для этих точек тоже  $H^*(x', y', z') = 0$ .

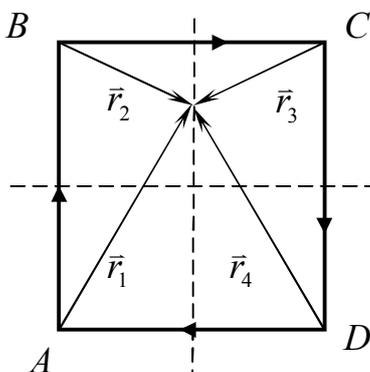


Рис. 22б

Таким образом, СМП прямоугольным замкнутым контуром с током не создается ни в каких точках пространства. Действительно, для замкнутого контура  $\text{div} \vec{A} = 0$ , поэтому  $H^* = 0$ . Очевидно, можно сделать и более общий вывод: **замкнутый ток при любой форме контура, по которому он течет, СМП не создает.**

Здесь необходимо сделать принципиальное замечание. В экспериментах Ампера, описанных в главе 1, используются замкнутые электрические контуры. Результаты этих экспериментов мы объяснили с использованием СМП. Возникает кажущееся противоречие: ведь, как только что показано, замкнутый ток не создает СМП. Дело в том, что в упомянутых экспериментах происходит взаимодействие токовых отрезков конечной длины внутри системы, при этом электромагнитные силы (Ампера и Николаева) рассматриваются как внутренние. Сумма внутренних сил, любой электромеханической системы, как известно, равна нулю (вследствие их попарной компенсации), хотя каждая из сил в отдельности не эквивалентна нулю. Вывод, сделанный в настоящей главе, не противоречит предложенному объяснению экспериментов: он говорит лишь о компенсации скалярных магнитных полей, созданных всеми частями контура в заданной точке пространства и не отрицает наличия СМП, относящегося к отдельному (конечному) участку контура.

Теперь рассмотрим систему двух одинаковых прямоугольных контуров с током, расположенных в одной плоскости (рис. 23). Понятно, что в произвольно выбранной точке пространства накладываются поля от всех восьми токовых отрезков. Нетрудно показать, что в точке  $M$ , расположенной на оси симметрии электрической системы  $Ox$ , проекции на ось  $Oy$  векторных потенциалов всех токовых отрезков попарно компенсируются. Проекция на ось  $Ox$  векторных потенциалов токов  $AB$  и  $A_1B_1$  направлены в правую сторону, а

токов  $CD$  и  $C_1D_1$  - в левую. Заметим, что сумма двух первых потенциалов, несомненно, больше суммы двух последних. Очевидно, что результирующий векторный потенциал в точке  $M$  отличен от нуля и направлен вправо. Поскольку вектор  $\vec{A}$  во всех точках оси  $Ox$  имеет одно направление  $rot\vec{A} = 0$ . Следовательно, векторное магнитное поле на оси симметрии  $Ox$  отсутствует. В этом легко убедиться, представив картину силовых магнитных линий, моделирующих векторное магнитное поле.

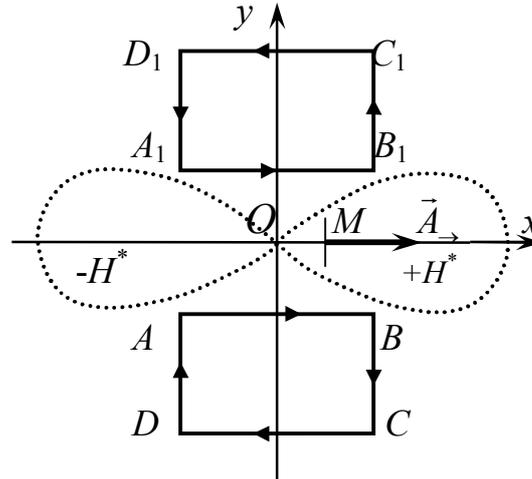


Рис. 23

Вычислив дивергенцию векторного потенциала, получим выражение для напряженности СМП в любой точке на оси  $Ox$ :

$$H^*(x',0) = \frac{J}{2\pi} \left[ \frac{(r_1 - r_2)}{r_1 r_2} + \frac{(r_3 - r_4)}{r_3 r_4} \right], \quad (6.1)$$

где  $r_1, r_2$  - модули радиус-векторов, проведенных соответственно из точек  $A$  (или  $A_1$ ) и  $B$  (или  $B_1$ ) в точку  $M$ , а  $r_3, r_4$  - модули радиус-векторов, проведенных из точек  $C$  (или  $C_1$ ) и  $D$  (или  $D_1$ ) в точку  $M$  соответственно. Следует иметь в виду, что в случае, представленном на рисунке  $r_4 > r_3$ , второй член, стоящий в квадратной скобке является отрицательным. Вообще знак функции  $H^*$  автоматически регулируется соотношением величин  $r_1, r_2, r_3, r_4$ .

Исследуем функцию (6.1). В центре симметрии электрической системы в точке  $O$  СМП отсутствует:

$$H^*(0,0) = 0.$$

Определить особую точку, в которой СМП равно нулю, очень важно при исследовании любой электромагнитной системы. Зная направление векторного потенциала  $\vec{A}$  по отношению к этой точке, можно определить знак СМП, по правилу: *Скалярное магнитное поле имеет положительный знак там, где векторный потенциал  $\vec{A}$  направлен от особой точки, и отрицательный там, где вектор  $\vec{A}$  направлен к особой точке.*

Воспользовавшись этим правилом легко увидеть, что в правой части зазора между контурами скалярное поле имеет положительный знак, в левой - отрицательный. Эти области условно изображены на рис. 23.

Еще раз подчеркнем, что первичной характеристикой полного магнитного поля, создаваемого электрической системой является векторный потенциал. Именно с него следует начинать изучение магнитного поля электрической системы. При таком подходе удастся избежать ошибочного заключения: если скалярное магнитное поле отдельным контуром не создается, то и результирующее поле от двух контуров тоже равно нулю.

Энергетические соображения так же указывают на то, что магнитное поле имеет две взаимосвязанные компоненты. Известно, что энергия вихревого магнитного поля пропорциональна квадрату его напряженности, то есть является определено положительной функцией. В результате суперпозиции в некоторой точке векторное магнитное поле может компенсироваться, но энергии суммируемых полей при этом не могут уничтожиться. Следовательно, в данной точке возникает другая компонента магнитного поля (СМП) с той же энергией. Очевидно, справедлив и обратный вывод: если в некоторой точке компенсируются СМП от нескольких источников, то там обязательно присутствует векторное магнитное поле. Это подтверждается на примере замкнутого контура.

На основании рассмотренного случая можно сделать вывод: **СМП создается сложными электрическими системами, представляющими собой совокупность замкнутых токов.** Заметим, что все условия теоремы Стокса-Гельмгольца, упомянутой в главе 2, для системы замкнутых токов выполняются.

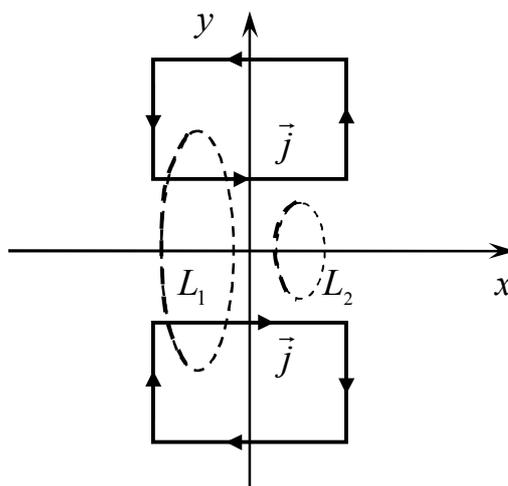


Рис. 24

Покажем, что закон полного тока в известной форме:

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = J, \quad (6.2)$$

является частным, поскольку не всегда выполняется для электродинамических систем.

Рассмотрим систему стационарных токов, представленную на рис. 24. Выберем два круговых контура обхода  $L_1$  и  $L_2$ , расположенных перпендикулярно оси  $x$ . Один из них охватывает токи, а другой – нет. Согласно закону полного тока в форме (6.2) циркуляция вектора  $\vec{H}$  по контуру  $L_2$  должна равняться нулю, так как он не охватывает токов. Изобразив магнитные силовые линии (рис. 25), нетрудно показать, что вдоль контура  $L_2$  силовые магнитные линии везде имеют одно направление, следовательно, циркуляция вектора  $\vec{H}$  по замкнутому контуру  $L_2$  обязательно отлична от нуля. Кстати обратим внимание на то, что направление линий вихревого магнитного поля на выбранных контурах различное: направление на контуре  $L_1$  совпадает с движением часовой стрелки, а на  $L_2$  векторы напряженности магнитного поля направлены против хода часовой стрелки.

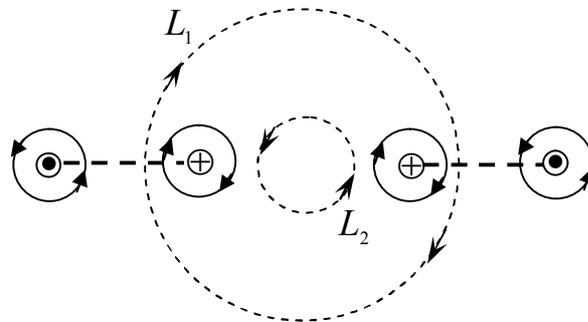


Рис. 25

Таким образом, есть основание заключить, что закон полного тока в общепринятом виде (6.2) в приведенном примере для контура  $L_2$  не выполняется, следовательно, он не является общим. Аналогичные рассуждения можно применить и к системе двух параллельно расположенных бесконечных токов. Однако расстояние между токами всегда будет ничтожно малым по сравнению с их бесконечной длиной: они как бы «сливаются». Следовательно, контур, проведенный между токами (не охватывающий их), в пределе обращается в точку. Поэтому, используя только бесконечные токи, невозможно найти случаи невыполнения закона полного тока в форме (6.2).

Обратимся к уравнению (2.5). Умножим скалярно обе его части на элемент площади  $d\vec{S}$  поверхности, опирающейся на контур  $L$ , и вычислим интегралы по этой поверхности.

$$\int_S \text{rot} \vec{H} \cdot d\vec{S} + \int_S \text{grad} H^* \cdot d\vec{S} = \int_S \vec{j} \cdot d\vec{S}.$$

Представим это соотношение в виде:

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = J - \int_S \text{grad} H^* \cdot d\vec{S}. \quad (6.3)$$

То есть *циркуляция вектора  $\vec{H}$  по некоторому замкнутому контуру соответствует разности суммарного тока, который охватывается контуром, и потока градиента СМП через поверхность, опирающуюся на данный контур*. Очевидно, это и есть *обобщенный закон полного тока*.

Обобщенный закон полного тока (6.3) объясняет случай, представленный на рис. 25. Поскольку контур  $L_2$  не охватывает токи  $J = 0$ . Следовательно, из (6.3), имеем:

$$\oint_{L_2} \vec{H} \cdot d\vec{l} = - \int_{S_2} \text{grad} H^* \cdot d\vec{S}. \quad (6.4)$$

Знак «минус» соответствует направленности магнитных силовых линий вдоль контура  $L_2$ , который, как отмечено выше, противоположен положительному направлению на контуре  $L_2$ .

Можно сделать вывод: *в современной электродинамике используется частный случай закона полного тока, в общем случае поле токов  $\vec{j}(x, y, z)$  связано с характеристиками магнитного поля  $\vec{H}$  и  $H^*$  на основе теоремы Стокса-Гельмгольца*. Следовательно, построение магнитостатики необходимо начинать с общей теории поля, записав уравнение (2.5), а из него в качестве следствия вытекает обобщенный закон полного тока (6.3). Исторически сложившийся путь: от закона полного тока в его частной форме (6.2) - к уравнению (2.1), приводит к частной электромагнитной теории.

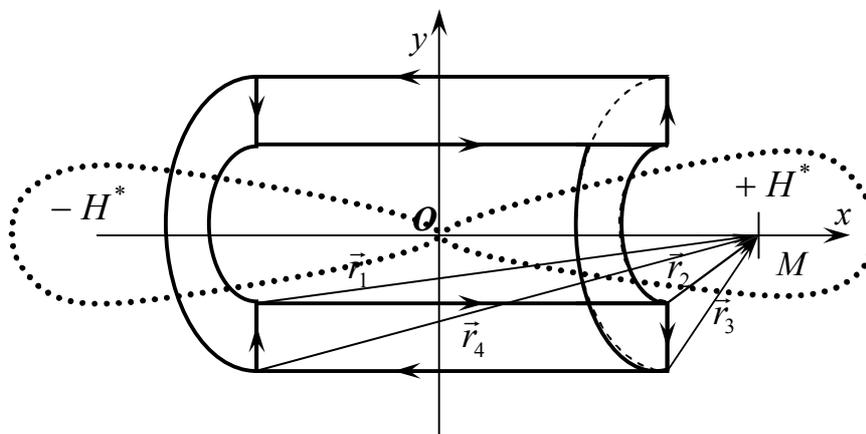


Рис. 26

Исследуем магнитное поле тороидальной катушки с током. Тороид получается в результате кругового изгиба оси цилиндрического соленоида и соединения его торцов. Заметим, что при этом тип конфигурации векторного магнитного поля изменяется: вместо соленоидального, оно становится круговым. Круговые линии векторного магнитного поля располагаются внутри обмотки соленоида. При этом распределение этих линий не однородно вдоль оси  $Ox$  образовавшегося тороида (рис. 26). Следовательно, магнитное поле тороида отличается от поля бесконечного прямолинейного тока, расположенного на оси  $Ox$ . Конфигурация векторного магнитного поля тороида такая же, как и у отрезка с током конечной длины, для которого также отсутст-

вует однородность вдоль оси  $Ox$  векторного магнитного поля. Таким образом, магнитное поле тороида существенно отличается от полей простейших элементов (бесконечного линейного тока и цилиндрического соленоида), его невозможно представлять только вихревой компонентой.

Заметим, что контуры, изображенные на рис. 23 образуются в диаметральном сечении тороида с цилиндрической основой. На основании проведенного выше анализа можно сказать, что именно **тороид представляет собой идеальную электрическую систему, создающую магнитное поле, в котором векторная и скалярная составляющие позиционно разделены: векторное поле полностью заключено внутри тороида, а скалярное - снаружи (рис.23)**. Напряженность СМП, на оси тороида определяется по формуле:

$$H^*(x',0) = n \frac{J}{2\pi} \left[ \frac{(r_1 - r_2)}{r_1 r_2} + \frac{(r_3 - r_4)}{r_3 r_4} \right], \quad (6.5)$$

где  $n$ - количество пар витков тороида.

Если принять высоту тороида равной  $2h$ , а его внутренний и внешний радиусы обозначить соответственно  $r_T, R_T$ , то отрезки, входящие в формулу (6.5) удобно представить в виде:

$$r_1 = \sqrt{r_T^2 + (x+h)^2}, \quad r_2 = \sqrt{r_T^2 + (x-h)^2},$$

$$r_3 = \sqrt{R_T^2 + (x-h)^2}, \quad r_4 = \sqrt{R_T^2 + (x+h)^2}.$$

Расчеты показывают, что тороид, состоящий из 100 пар витков, и имеющий размеры:  $r_T = 0,02\text{м}$ ,  $R_T = 0,06\text{м}$ ,  $h = 0,06\text{м}$ , при пропускании по нему тока  $J = 2\text{А}$  в точке  $x' = h = 0,06\text{м}$  создает СМП максимальной напряженности  $H^* \approx 1034\text{А/м}$ . При этом в вакууме индукция этого поля равна  $B^* = \mu_0 H^* \approx 1,3 \cdot 10^{-3}\text{Тл}$ .

Определим характеристики вихревого магнитного поля, созданного внутри этой же тороидальной катушки. Поскольку она представляет собой свернутый в кольцо соленоид, можно воспользоваться известной формулой:

$$H = n_0 J,$$

где  $n_0$  - число витков, приходящихся на единицу длины средней окружности тороида. В нашем случае  $n_0 \approx 398$ , поэтому  $H \approx 796\text{ А/м}$ . Для магнитной индукции получим значение  $B \approx 10^{-3}\text{ Тл}$ .

Из произведенных расчетов видно, что максимальные значения соответствующих характеристик скалярного и вихревого магнитных полей, созданных тороидом, имеют одинаковый порядок. Понятно, что для создания сильных СМП требуются очень сильные токи и большие масштабы электрических систем.

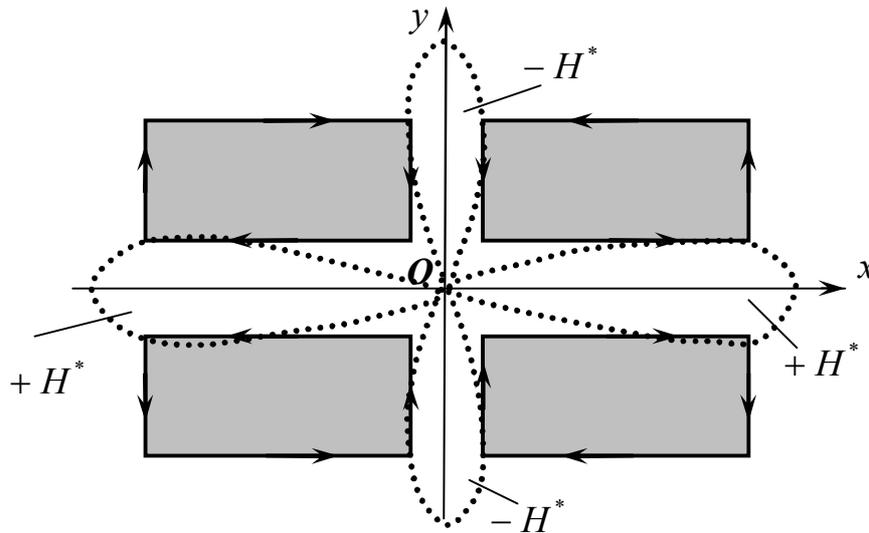


Рис. 27

Рассмотрим систему из четырех прямоугольных контуров с током (рис. 27). Она имеет две линии симметрии, совпадающие с координатными осями. Особая точка совпадает с началом координатной системы. Для случая направления токов, изображенном на рис. 27, на оси  $Ox$  слева и справа от точки  $O$  векторный потенциал направлен от нее. Следовательно, вдоль оси  $Ox$  создается положительное СМП. Во всех точках оси  $Oy$  векторный потенциал направлен к особой точке, следовательно, вдоль этой оси создается отрицательное магнитное поле. Образуется своеобразный четырехполюсник для СМП. Если изменить направления всех токов на противоположные, то поменяются и знаки всех полюсов СМП.

Понятно, что систему из двух тороидов, соединенных торцами, можно использовать для создания на их общей оси СМП одного знака. Вблизи плоскости соединения торцов тороидов, при этом возникнет СМП другого знака. СМП такой магнитостатической системы аналогично изображенному на рис. 27, но обладает круговой симметрией относительно оси  $x$ .

Не трудно показать, что замкнутый кольцевой ток не создает СМП. Полукольцевой ток радиуса  $R$  можно замкнуть прямолинейным отрезком длины  $2R$ . При этом поле прямолинейного отрезка в любой точке компенсирует СМП, созданное полукольцевым током СМП. Следовательно, напряженность СМП полукольцевого тока можно вычислять по формуле (3.7). При этом удобно воспользоваться полярными координатами (рис. 28), тогда в (3.7):

$$r_1 = \sqrt{R^2 + r'^2 + 2Rr' \cos \varphi'}, \quad r_2 = \sqrt{R^2 + r'^2 - 2Rr' \cos \varphi'}. \quad (6.6)$$

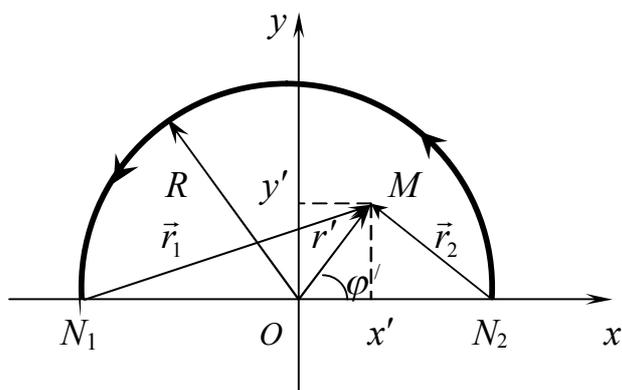


Рис. 28

Таким образом, если электрическая цепь образована криволинейными проводниками, ее можно условно заменить системой прямолинейных проводников. Пусть, например, имеется цепь произвольной формы, изображенная на рис. 29. Требуется определить силу Николаева, действующую на криволинейном участке  $AB$ , помещенном во внешнее СМП. Заменим условно криволинейный участок прямолинейным. Замена эквивалентна в смысле создаваемого криволинейным и прямолинейным участками СМП. Поэтому при решении поставленной задачи можно применить формулы (3.7), (3.13) или (3.14) в зависимости от ее постановки.

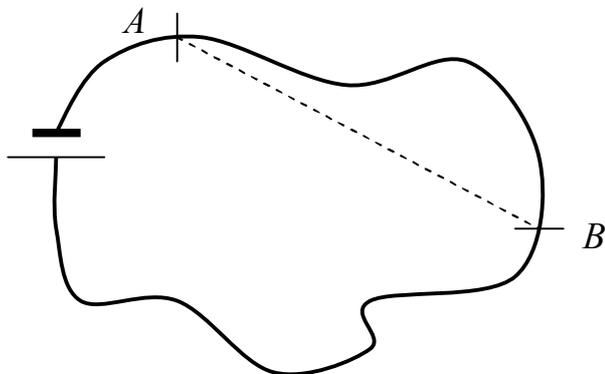


Рис. 29

Для создания СМП можно использовать постоянные магниты. Впервые это было замечено Николаевым Г.В., который создал специальный магнит. Магнит Николаева (МН) представляют собой цилиндрический магнит, распиленный по диаметру на две части, которые перевернуты относительно друг друга на 180 градусов (рис. 30а).

Такая магнитостатическая система моделируется полукольцевыми и радиальными токами, то есть представляет собой сложную конфигурацию (рис. 30б). Разработанная выше теория позволяет изобразить на рисунке СМП с учетом знаков.

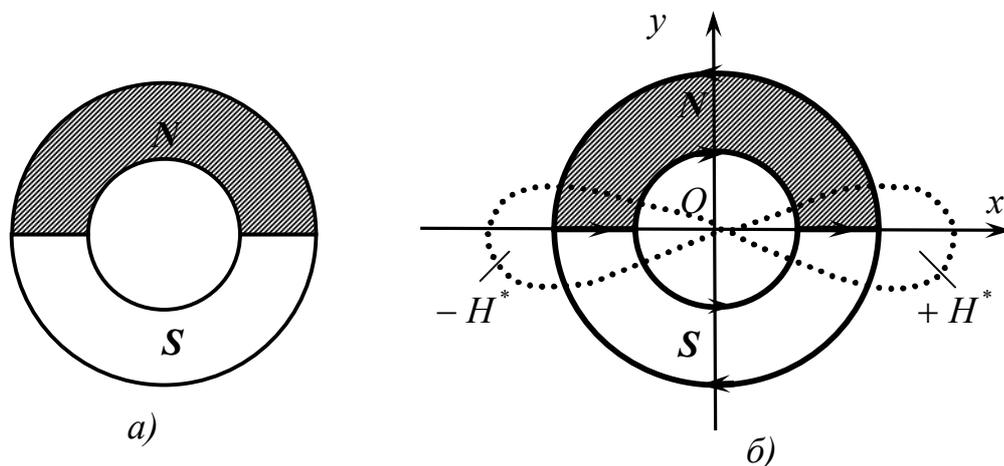


Рис. 30

Из соображений симметрии нетрудно догадаться, что в центре электрической системы находится особая точка  $O$ . В левой части векторный потенциал направлен к точке  $O$ , следовательно, СМП здесь имеет отрицательный знак, а в правой вектор  $\vec{A}$  направлен от точки  $O$ , значит здесь создается положительное СМП.

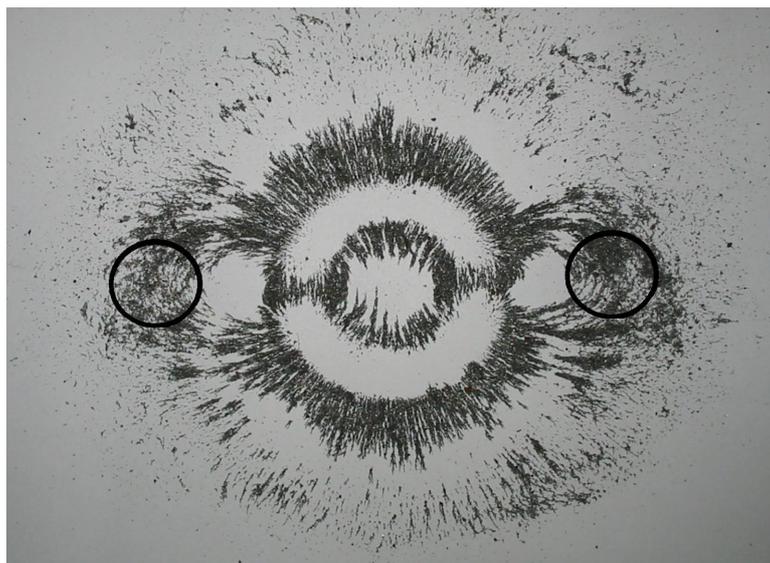


Фото. 1

На фотографии (фото. 1) поле магнита Николаева представлено при помощи железных опилок. Скопления опилок происходит в областях сильного векторного магнитного поля. Кругами выделены области максимального значения векторного магнитного поля на оси, совпадающей с распилами. Эти области находятся не на поверхности магнита, а на некотором расстоянии от него. Обратим внимание на пустые области в центральной части и снаружи вблизи разрезов. Векторное магнитное поле здесь скомпенсировано. Именно в этих областях создается СМП, что совпадает с теоретическими соображениями.

Для создания СМП можно использовать пару плоских магнитов, соединив их боковыми сторонами (фото. 2). При этом образуется магнитостатическая система, которая моделируется токовой системой, представленной на рис. 22. Линия соединения магнитов расположена вертикально, поэтому вверху и внизу видны «пустые» области, в которых векторное магнитное поле компенсируется и создается СМП. Именно такую магнитостатическую систему проще всего использовать при проведении экспериментов по изучению продольного электромагнитного взаимодействия.

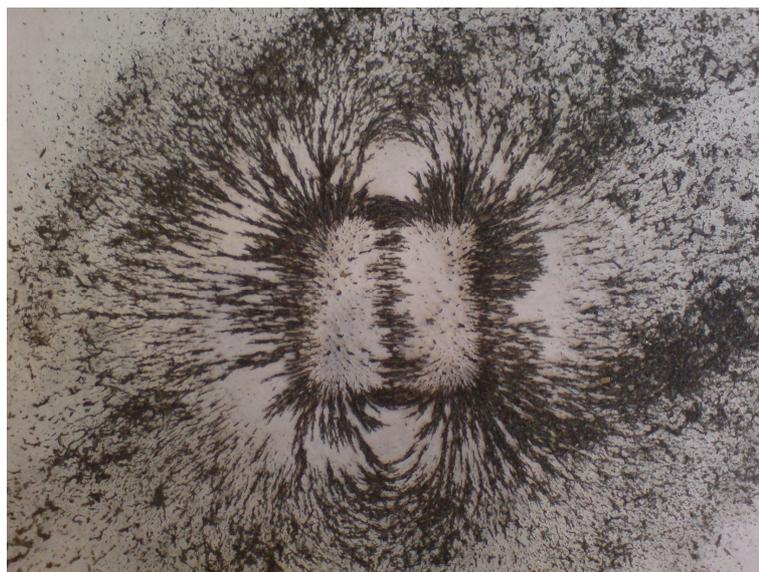


Фото. 2

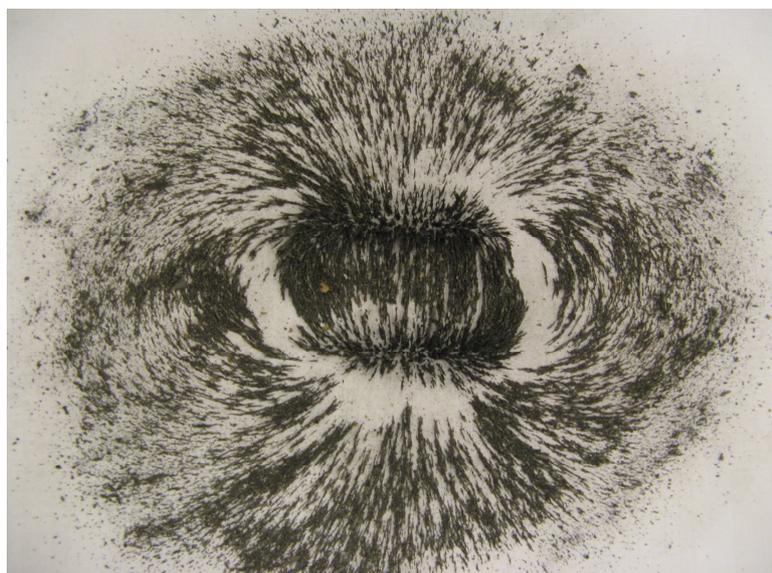


Фото. 3

Рассмотрим случай двух одинаковых контуров, расположенных в параллельных плоскостях, с одинаковым направлением токов, текущих в них. Такая токовая система моделирует магнитное поле плоского магнита. На фото.

3 представлено поле прямоугольного плоского магнита (вид с торца). Видно, что на боковых поверхностях образуются «пустые» области. Возникает ли в них СМП?

Рассмотрим для определенности систему двух круговых контуров (рис. 31). Вихревое магнитное поле в этом случае изображается двумя типами силовых линий: первые охватывают по одному току и находятся только вблизи этих токов, а вторые имеют значительно большие размеры и охватывают оба тока. В результате на пунктирной линии, расположенной посередине расстояния между контурами векторное магнитное поле отсутствует, так как линии обоих типов через нее не проходят. Таким образом, в «пустых» областях на фото. 3 СМП не создается, поскольку там не компенсируются векторные магнитные поля. К такому же выводу приходим, установив, что ни одной особой точки, где векторный потенциал обращается в нуль, на пунктирной линии нет. Он во всех точках на пунктирной линии отличен от нуля и направлен так же, как и токи в контурах. Следовательно, векторный потенциал  $\vec{A}$  в этом случае является чисто вихревым и не имеет потенциальной компоненты. Заметим, что сближение токовых контуров не приводит к принципиальному изменению, в пределе контуры сливаются в один, который, как известно, СМП не создает.

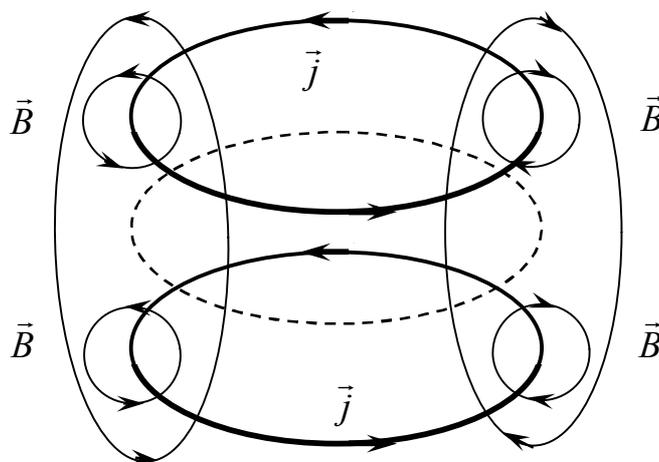


Рис. 31

Таким образом, на основании результатов, изложенных в данной главе, можно сделать определенные выводы. Во-первых, *традиционная магнитостатика не является полной, так как изучает только магнитные поля элементарных объектов, какими являются бесконечный линейный ток и уединенный замкнутый контур с током (или соленоид)*. При определении магнитного поля таких объектов понятие СМП не требуется. Во-вторых, *при рассмотрении магнитостатической системы, состоящей из двух и более элементов, векторный потенциал  $\vec{A}$  проявляет новые свойства, требующие введения СМП. Обобщенная магнитостатика позволяет исследовать магнитные поля сложных электрических систем, имеющие в общем случае две компоненты: вихревую и потенциальную.*

## 7. Воздействие магнитного поля на вещество

Воздействие магнитного поля на вещество связано с понятием элементарного тока. Элементарным называется замкнутый ток, текущий в области, линейные размеры которой много меньше расстояния от этой области до точек, в которых вычисляется магнитное поле. Элементарными токами, например, моделируется движение внешних электронов в атоме. Как известно [7-8], основной характеристикой векторного магнитного поля, созданного элементарным током, является магнитный момент:

$$\vec{M} = \frac{1}{2} \int_{\tau} (\vec{r}_{\tau} \times \vec{j}) d\tau, \quad (7.1)$$

где  $\vec{r}_{\tau}$  - радиус элементарного тока. В случае линейного замкнутого тока:

$$\vec{M} = J\vec{S},$$

где  $\vec{S}$  - вектор, определяющий площадь элементарного тока и его ориентацию в пространстве.

Векторный потенциал магнитного поля элементарного тока имеет только вихревую составляющую:

$$\vec{A}_0 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{M} \times \vec{r}}{r^3}, \quad (7.2)$$

где  $\vec{r}$  - радиус-вектор, проведенный из центра элементарного тока в точку определения магнитного поля. Магнитная индукция созданного элементарным током векторного магнитного поля вычисляется по формуле:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \operatorname{rot} \frac{\vec{M} \times \vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \left\{ \frac{3(\vec{M} \cdot \vec{r}) \cdot \vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{M}}{r^3} \right\}. \quad (7.3)$$

В присутствии внешнего магнитного поля атомы пара- и диамагнитных сред приобретают не скомпенсированный магнитный момент. В парамагнетиках магнитные моменты атомов ориентируются по направлению вектора  $\vec{B}$ , а в диамагнетиках – против него.

Рассмотрим подробно случай парамагнитной среды (рис. 32). Пусть внешнее магнитное поле создается прямолинейным током, текущим вдоль оси  $x$ . Векторное магнитное поле  $\vec{B}$  в этом случае образует концентрические силовые линии, а молекулярные токи, «нанизанные» на силовые линии, организуют тороидальные структуры, которые в свою очередь создают СМП, как показано в предыдущей главе. Определим СМП системы двух элементарных токов, расположенных в диаметрально противоположных точках магнитной силовой линии (на оси  $y$ ), созданное ими в некоторой точке на оси  $x$ .

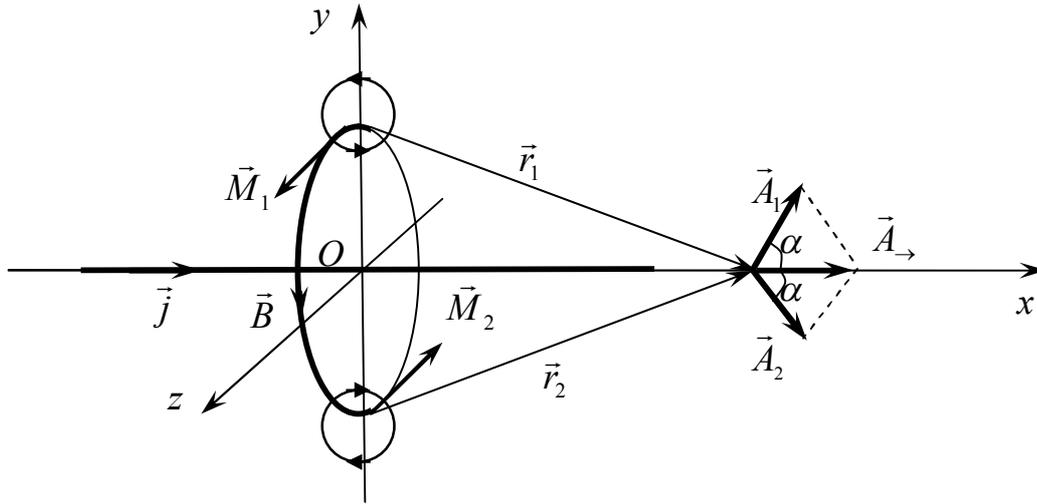


Рис. 32

Магнитные моменты этих токов  $\vec{M}_1$  и  $\vec{M}_2$  направлены параллельно оси  $z$  и противоположны друг другу. При помощи формулы (7.2) вычислим векторы  $\vec{A}_1$  и  $\vec{A}_2$  в указанной точке. Так как данные элементарные токи расположены симметрично относительно оси  $x$ , модули электродинамических потенциалов равны между собой. Их проекции на ось  $y$  компенсируются, а проекции на ось  $x$  образуют потенциальный вектор:

$$\vec{A}_{\rightarrow} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2,$$

модуль которого

$$A_{\rightarrow} = (A_1 + A_2) \cos \alpha = \frac{\mu_0 M}{2\pi r^2} \cos \alpha,$$

где  $M = M_1 = M_2$ ,  $r = r_1 = r_2 = \sqrt{a^2 + x^2}$ ,  $a$  - радиус магнитной силовой линии, на которой расположены центры элементарных токов. Угол  $\alpha$  зависит от положения точки определения векторного потенциала:

$$\cos \alpha = \frac{a}{r},$$

поэтому можно записать:

$$A_{\rightarrow} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{Ma}{(a^2 + x^2)^{3/2}}. \quad (7.4)$$

Применив (3.12), вычислим индукцию СМП, созданного системой двух элементарных токов на оси  $x$ :

$$B^* = -\text{div} \vec{A}_{\rightarrow} = \frac{3\mu_0 Ma}{2\pi} \frac{x}{(a^2 + x^2)^{5/2}}. \quad (7.5)$$

Очевидно, зная концентрацию молекул вещества и распределение в нем внешнего векторного магнитного поля, можно определить конфигурацию на-

веденного СМП. Из (7.5) видно, что знак СМП меняется в зависимости от знака  $x$ . Таким же образом распределено и внешнее СМП, созданное прямолинейным током. Следовательно, *в парамагнитной среде происходит усиление внешнего СМП.*

В диамагнитных средах магнитные моменты элементарных токов ориентированы против внешнего векторного магнитного поля. Следовательно, образуются тороидальные структуры, СМП которых направлено против внешнего СМП, то есть *в диамагнетиках происходит его ослабление.*

Ферромагнетизм, как известно, объясняется на основе квантовых явлений. В качестве предположения выскажем идею о воздействии СМП на не скомпенсированный электронный или ядерный спин. Основанием для такого предположения могут служить, например, экспериментальные исследования [32-33]. То есть воздействие СМП на вещество в этом случае приводит к организации молекулярных спинопольяризованных структур. Впоследствии мы обратимся к этим и другим экспериментальным и теоретическим исследованиям. Здесь только заметим, что *взаимодействие СМП с веществом, очевидно, проявляется и на квантовом уровне.*

Векторное и скалярное магнитные поля неразрывно связаны: *если какая-либо магнитостатическая система создает одновременно векторное и скалярное магнитные поля, то и в веществе обязательно эти компоненты единого магнитного поля усиливаются или ослабляются в одинаковой степени. Таким образом, комплексное электромагнитное воздействие, включающее вихревую и потенциальную компоненты магнитного поля, приводит к организации в веществе молекулярных структур, создающих собственное СМП. При этом в качестве коэффициента усиления (ослабления) СМП в веществе выступает относительная магнитная проницаемость  $\mu'$ .*

## 8. Эксперименты и природные явления

В публикациях Николаева Г.В. [16-17] описано несколько десятков экспериментов и устройств, в которых проявляется продольная магнитная сила. Приведем несколько новых экспериментов, однозначно подтверждающих гипотезу о существовании продольного электромагнитного взаимодействия.

*В первом эксперименте Томилина А.К. и Асылканова Г.Е. [28] изучается движение прямолинейного проводника с током в поле магнита Николаева (МН). Над разрезом МН при помощи непроводящих нитей подвешивается прямолинейный электропроводный немагнитный (медный) прямолинейный стержень (рис. 33а). К его середине, расположенной над центром магнита, подводится гибкий проводник, соединенный с одним из полюсов постоянного источника тока.*

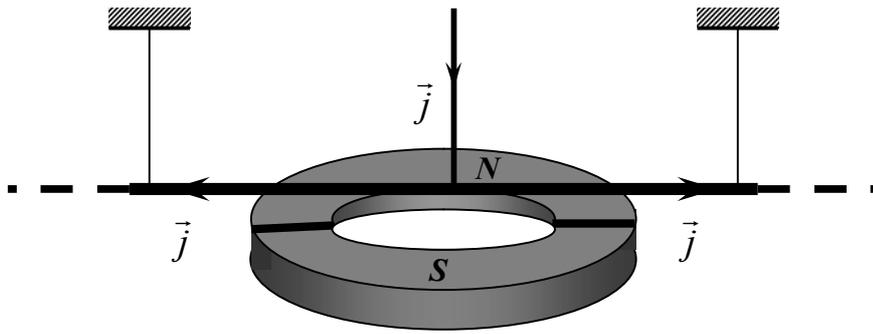


Рис. 33а

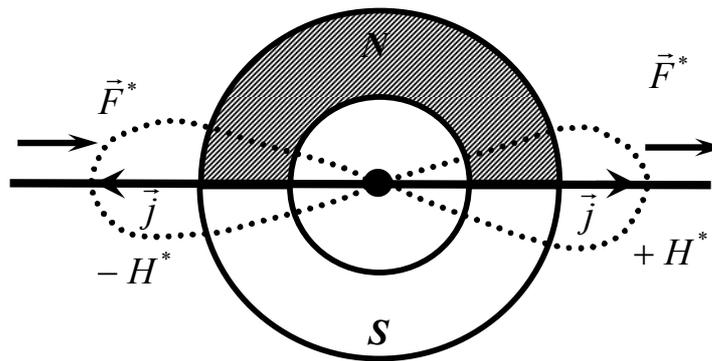


Рис. 33б

Оба конца подвешенного проводника соединяются с другим полюсом источника тока. Гибкие проводники, подведенные к концам медного стержня, располагаются по его продолжению. При этом горизонтальный линейный проводник значительно длиннее диаметра МН. В левой и правой частях подвешенного проводника текут взаимно противоположные токи. При замыкании цепи проводник движется вдоль разрезов магнита, т.е. вдоль токов, текущих в нем. Так как система в момент включения тока была симметричной, остается предположить, что на одной половине проводника возникает сила направленная по току, а на другой против тока. Этот результат совпадает с выводом, вытекающим из предложенной теории, и подтверждает гипотезу о существовании продольной магнитной силы. На рис. 33б показаны действующие на проводник продольные силы с учетом направления токов и знаков СМП, наблюдаемое в эксперименте движение проводника происходит именно в этом направлении.

Заметим, что в случае, изображенном на рис. 33, на вертикально расположенный проводник действует поперечная сила Ампера. Нетрудно определить, что она направлена противоположно силе  $\vec{F}^*$ , то есть она противодействует наблюдаемому движению проводника. Следовательно, поперечная сила, действующая на вертикальный проводник, не является причиной наблюдаемого движения. Кстати, эта поперечная сила довольно мала, так как обычное магнитное поле, создаваемое на оси МН его половинками, вблизи поверхности магнита компенсируется.

Аналогичный эксперимент можно провести с использованием двух плоских магнитов (рис. 34а). СМП такой магнитостатической системы изображено на рис. 23. Магниты следует несколько раздвинуть, чтобы в пространстве между ними векторные магнитные поля компенсировались, и действующая на вертикальный провод поперечная сила была минимальной.

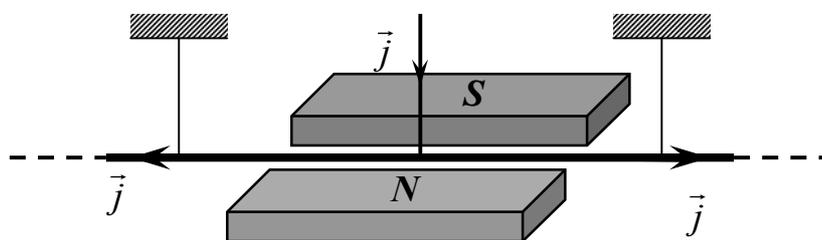


Рис. 34а

Следующий эксперимент с магнитной парой представлен на рис. 34б. Линейный проводник с однонаправленным током подвешивается на нитях над торцевым разрезом магнитной пары. При пропускании по проводнику тока, он совершает продольное движение. С изменением направления тока в проводнике направление его движения изменяется на противоположное. Интересно заметить, что при повороте магнитной пары вокруг вертикальной оси  $y$  на  $180^\circ$  направление движения проводника при том же направлении тока в нем не изменяется. Это происходит, потому что знак СМП, созданного магнитами в области проводника, при таком их повороте сохраняется. Чтобы изменить знак СМП, магнитную пару следует повернуть вокруг одной из центральных горизонтальных осей  $x$  или  $z$ .

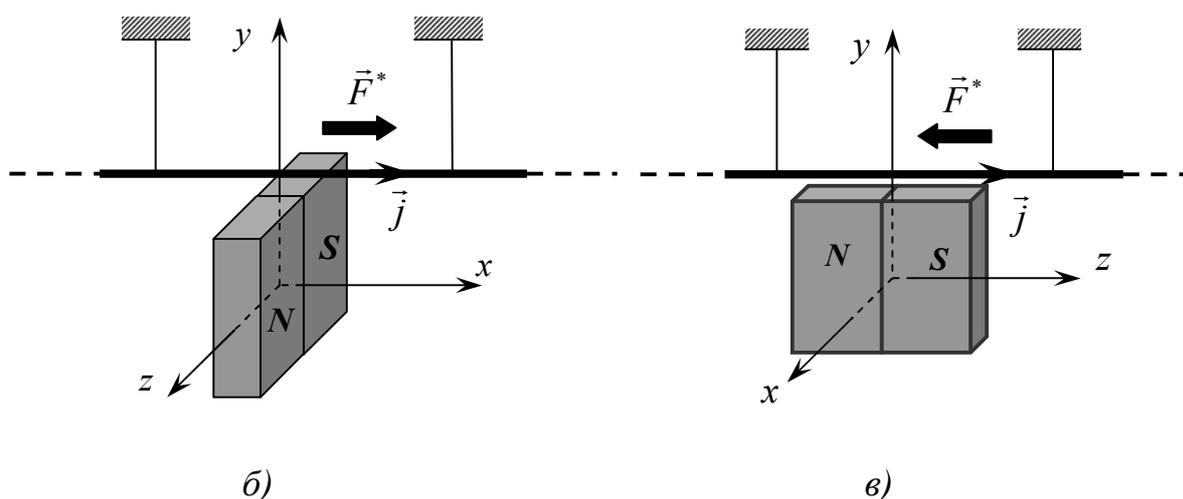


Рис. 34

Если повернуть магнитную пару вокруг вертикальной оси на  $90^\circ$ , так, чтобы проводник оказался в плоскости  $yz$  (рис. 34в), при том же направлении тока в нем, он движется в обратном направлении (на рисунке против тока). Это объясняется тем, что магниты имеют определенную толщину, поэтому каждый из них следует моделировать двумя параллельными контурами. Это

приводит к образованию на каждом торце магнитной пары СМП сложной конфигурации, включающей положительную и отрицательную компоненты (рис. 34.з). В случае, представленном на рис. 34в проводник находится в области отрицательного СМП.

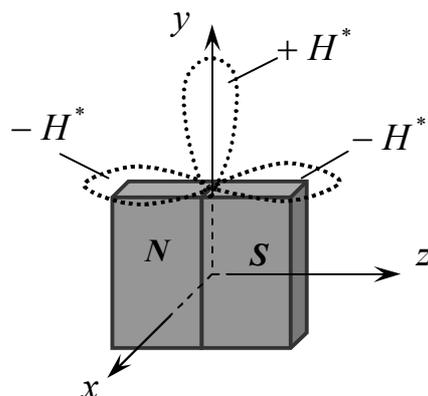


Рис. 34 з

**Второй эксперимент Томилина А.К. и Асылканова Г.Е.** [28]. Над магнитом Николаева подвешивается тонкое кольцо из немагнитного металла (рис. 35а). Точки, расположенные на диаметре, перпендикулярном к линии разреза, соединяются с противоположными полюсами источника тока. При замыкании цепи по кольцу текут полукольцевые токи. При этом кольцо приходит во вращательное движение в своей плоскости. Если подводка тока осуществляется при помощи гибких проводников, закрепленных на кольце, то эффект можно наблюдать только при кратковременном замыкании цепи.

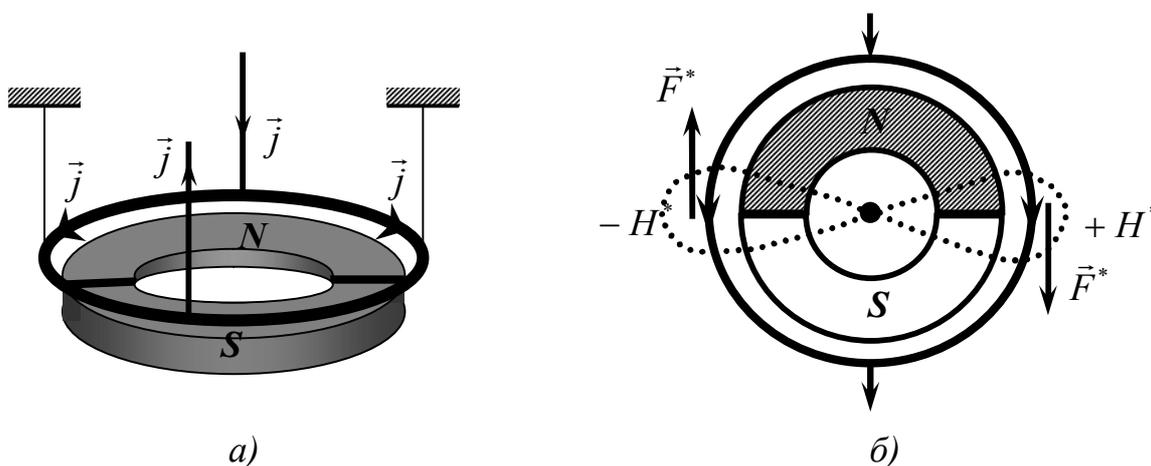


Рис. 35

На рис. 35б видно, что за счет продольного электромагнитного взаимодействия создается пара сил, приводящая кольцо во вращение. Если обеспечить электрический контакт при помощи щеток, то кольцо будет вращаться. В этом случае полностью исключается передача кольцу импульсов поперечных сил, действующих на подводящие проводники при любом их расположении. Эта идея использована нами для создания электродвигателя (генератора) нового типа с использованием продольного электромагнитного взаимодействия.

Принципиальная схема генератора (*эксперимент Томилина А.К. и Тулицына О.В.* [28]) представлена на рис. 36.

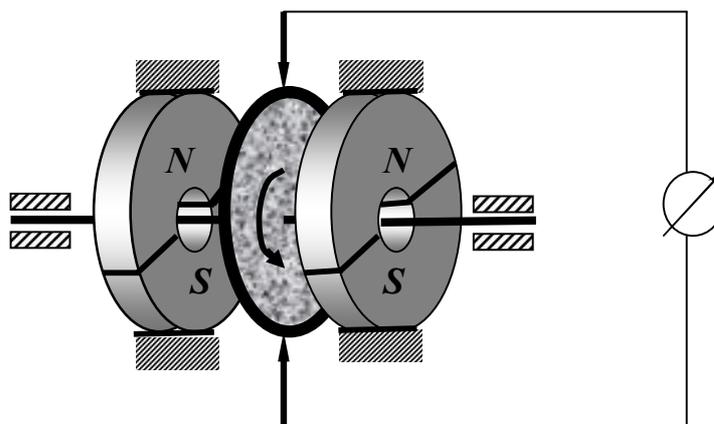


Рис. 36

В качестве индукторов используются два магнита Николаева. Магниты устанавливаются и закрепляются в коллинеарных плоскостях, линии распилов располагаются параллельно друг другу. Между магнитами коллинеарно их плоскостям располагается ротор, представляющий собой диск, изготовленный из диэлектрического материала с электропроводным немагнитным ободом. Обод контактирует со щетками, расположенными в диаметрально противоположных точках на линии, перпендикулярно скрещивающейся с линиями распилов МН. Щетки соединяются с прибором, регистрирующим электрический ток (микроамперметр, осциллограф).

При вращении ротора вокруг своей оси прибор регистрирует постоянный ток. В проведенном эксперименте медное кольцо вращалось со скоростью  $2700 \text{ об/мин.}$ , при этом регистрировался постоянный ток в  $10 \text{ мкА}$ .

Принципиальное отличие этого генератора от существующих заключается в том, что здесь не применим обычный закон электромагнитной индукции, так как при вращении ротора вокруг оси, перпендикулярной его плоскости, поток магнитной индукции, пересекающий проводящий обод, не изменяется. Этот же принцип можно использовать для создания электродвигателя, работающего на основе продольного электромагнитного взаимодействия.

*Эксперимент Томилина А.К. и Смагулова А.Е.* [28]. В Ш-образную стеклянную трубку, заливается электропроводная жидкость – ртуть. Средний электрод соединяется с положительным полюсом источника постоянного тока, а крайние подводятся к отрицательному полюсу. Плоские прямоугольные магниты устанавливаются в горизонтальной плоскости симметрично относительно середины трубки (рис. 37а). При проведении эксперимента использовались постоянные магниты, изготовленные из сплава «Железо-Неодим-Бор», создающие сильное магнитное поле.

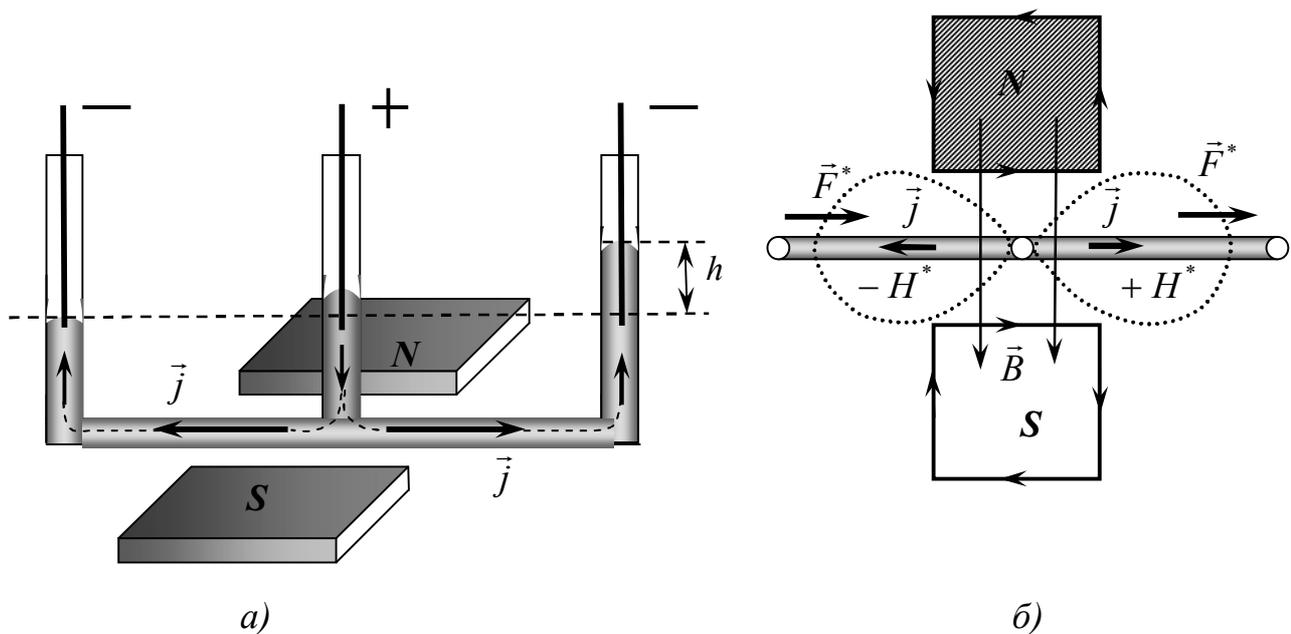


Рис. 37

До замыкания электрической цепи мениски ртути во всех вертикальных трубках находятся на одинаковом уровне. При замыкании цепи уровень ртути в вертикальных трубках сосуда резко изменяется. В случае расположения магнитов как показано на рис. 37, в правой трубке мениск поднимается, а в левой – опускается. Если при том же расположении магнитов изменить полярность всех электродов на противоположную, наблюдается обратный эффект. В отсутствие магнитов при пропускании тока ртутные мениски остаются на одном уровне.

Попытаемся объяснить этот эффект действием обычной поперечной силы Ампера на ртуть в горизонтальной трубке. Действительно, такая сила возникает за счет взаимодействия вертикальной составляющей тока (она имеется в основании средней вертикальной трубки) с горизонтальной составляющей магнитной индукции. Горизонтальная составляющая вектора  $\vec{B}$  изображена на рис. 33б с учетом направления токов, моделирующих магниты. В таком случае сила Ампера направлена в левую сторону, что должно привести к поднятию ртути в левой трубке и опусканию – в правой. В эксперименте же при расположении магнитов как показано на рис. 37 наблюдается противоположный эффект. Следовательно, объяснить результат опыта, оперируя обычной поперечной силой Ампера невозможно.

Этот эксперимент можно использовать для оценки величины индукции СМП  $B^*$ . Измерив разность высот ртути в крайних трубках (в нашем эксперименте  $h = 0,01\text{м}$ ), не трудно определить объем  $\tau_1 = Sh$  поднятого столба жидкости ( $S$  – площадь поперечного сечения трубки), а затем и силу тяжести  $\rho g \tau_1$  ртути, находящейся в нем. Ее следует приравнять продольной магнитной силе, действующей на объем ртути в горизонтальной трубке  $\tau_2$ :

$$jB^* \tau_2 = \rho g \tau_1. \quad (8.1)$$

При этом  $\tau_2 = Sl$ , где  $l$  - длина горизонтального участка трубки, на котором действует СМП. Поскольку действующее СМП неоднородно, это расстояние можно определить лишь оценочно. В проведенном эксперименте принято  $l = 0,025$  м,  $S = 5 \cdot 10^{-5}$  м<sup>2</sup>. Из формулы (8.1) получим:

$$B^* = \frac{\rho g Sh}{J}, \quad (8.2)$$

где  $J = jS$  - сила тока, пропускаемого в ртути ( $J = 2$  А). Оценочные расчеты привели к результату:

$$B^* = 1,35 \text{ Тл.}$$

В следующем эксперименте Томилина А.К. и Смагулова А.Е. [28] легкий электропроводный немагнитный (медный) стержень длиной 2-3 см располагается вертикально на графитовой основе. Верхний конец стержня продет свободно в малую электропроводную петлю, размер которой немного превышает поперечный диаметр стержня. Петля и графитовая основа замыкаются цепью, содержащей источник постоянного тока (аккумуляторная батарея) и амперметр. При замыкании цепи создается постоянный ток, в нашем случае  $J \approx 2$  А. Если поднести к медному стержню систему двух плоских магнитов, сложенных как показано на рис. 38а, стержень совершает вертикальные вибрации. За счет прерывания электрического контакта ток в цепи заметно ослабевает. Если расположить магниты, как показано на рис. 38б, стержень не вибрирует.

Результат эксперимента объясняется возникновением продольной электромагнитной силы, действующей вертикально на подвижный проводник с током в СМП. В первом случае эта сила направлена вверх, и, очевидно, не меньше силы тяжести стержня, поэтому стержень совершает вертикальные вибрации. Во втором случае продольная сила направлена вниз, поэтому стержень не вибрирует.

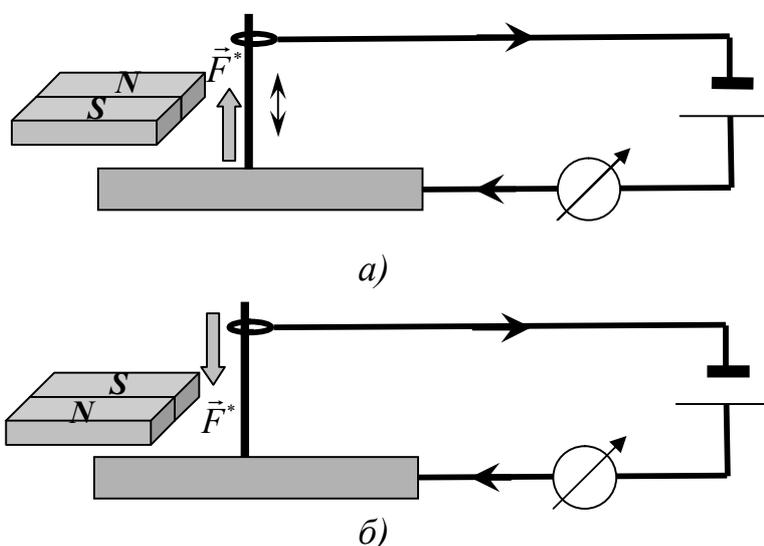


Рис. 38

Косвенным подтверждением существования СМП могут служить парадоксальные явления, сопровождающие разряд молнии. Действительно, молния является идеальным объектом для проявления скалярной компоненты магнитного поля, поскольку представляет собой незамкнутый электрический ток проводимости. Исходя из рассмотренной выше теории, перед токовым отрезком (молнией) и позади него образуются области сильных СМП. Воздействие этого поля на объекты живой и неживой природы изучено мало и часто явления, связанные с ним, относят к разряду необъяснимых.

Остановимся лишь на одном из явлений, сопровождающих молнию. Пилоты самолетов, попавших в грозу, иногда наблюдают некоторое слабое свечение, возникающее над грозовыми облаками в момент вспышки молнии или сразу после нее. *Это явление получило название «спрайт».* Его так же наблюдают со спутников над грозовыми облаками. Известно, что оно сопровождается не более 10% молний. Размеры области свечения довольно внушительны, по высоте они распространяются от 16 (обычный верхний уровень грозовых облаков) до 50 - 100 километров. Окраска свечений бывает различной, чаще преобладают розовые тона. При просмотре видеосъемки этого явления, невольно возникает ассоциация с полярными сияниями. Отличие заключается лишь в их кратковременности. Известными теориями это явление не объясняется.

По информации, размещенной на сайте *Eureka!ert*, американские ученые Каммер и Фюллеркруг обнаружили, что вспышки возникают лишь при самых сильных грозах и предположили, что они могут быть вызваны чрезмерно мощным электрическим разрядом между облаком и землей. Кроме того, они выяснили, что главное условие возникновения спрайта - достаточная длительность электрического контакта между облаком и Землей. Она должна превысить 100 миллисекунд.

На наш взгляд описанное явление может быть объяснено на основе свойств СМП, которое создается над облаком в момент грозового разряда и является достаточно сильным. Космические частицы, попавшие в это поле, в зависимости от их знака и знака функции  $H^*$  либо ускоряются, либо замедляются, что и вызывает кратковременное свечение в атмосфере над облаками. Концентрация космических частиц, как известно, зависит от солнечной активности, и не всегда бывает достаточной, чтобы вызвать свечение в нижних слоях ионосферы, поэтому «спрайт» наблюдается довольно редко. Кроме того, слабые кратковременные вспышки молнии, вероятно, не создают достаточно сильного СМП. Если продолжительность существования грозового ствола превышает указанный минимум, его в пределах этого времени можно рассматривать как квазистационарный незамкнутый ток проводимости, что и обеспечивает создание достаточно сильного квазистационарного СМП.

Продольное электромагнитное взаимодействие проявляется и при *дуговым разряде*. Зададимся вопросом: почему электрический разряд в газе приобретает форму дуги? Очевидно, какие-то силы приводят к неустойчивости прямолинейной формы электрического жгута. Прежде всего, это, конечно, результат конвекционного движения нагретого разрядом газа. Однако здесь проявляется и другое явление. Рассмотрим электрический жгут, расположенный по прямой, соединяющей электроды (рис. 39а).

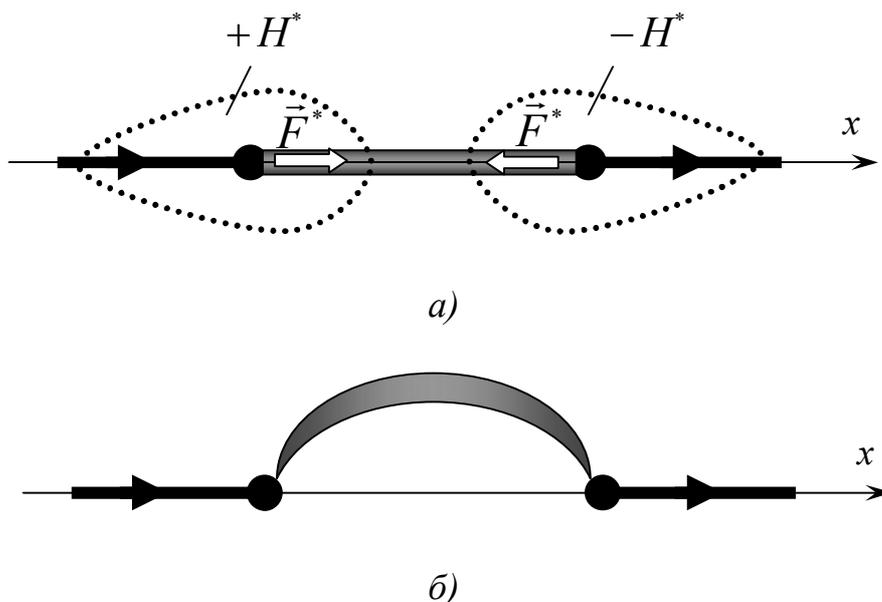


Рис. 39

Электрический ток в плазме возникает за счет одновременного движения положительных и отрицательных ионов. В левой части жгута за счет взаимодействия с СМП положительного знака положительные ионы ускоряются, а отрицательные – тормозятся. При этом на частицы обоих знаков (с учетом направления их движения) действует сила Николаева, направленная по оси  $x$ . В правой части электрического жгута действует отрицательное СМП, поэтому на частицы обоих знаков действует продольная сила, направленная противоположно оси  $x$ . В левой – наоборот положительные и отрицательные частицы движутся в положительном СМП и действующие на них силы направлены по оси  $x$ . Таким образом, электрический жгут испытывает двухстороннее сжатие. Это один из факторов, за счет которых его прямолинейное состояние становится неустойчивым и он принимает форму дуги (рис. 39б).

## II. ОБОБЩЕННАЯ ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

### 9. Электронная теория

Изучим взаимодействие металлического проводника с током и внешнего СМП на основе электронной теории с целью объяснения механизма возникновения продольной магнитной силы.

В начале представим электрический ток в проводнике в отсутствие внешних магнитных полей. С точки зрения электронной теории [7] электрический ток в проводнике рассматривается как течение электронного газа, взаимодействующего с неподвижными положительными ионами, расположенными в узлах кристаллической решетки. Со стороны созданного в проводнике внешнего электрического поля  $\vec{E}$  на заряженные частицы (электроны и ионы) действуют силы ( $\vec{F}_-$  и  $\vec{F}_+$  соответственно). Действующие на ионы силы направлены по вектору  $\vec{E}$ , а на свободные электроны – против этого вектора. Так как заряды электронов и ионов по величине одинаковы, эти силы равны по модулю и противоположны по направлению:

$$\vec{F}_+ = -\vec{F}_-.$$

Электроны под действием электрической силы приходят в движение относительно проводника и создают электрический ток. В процессе своего движения электроны взаимодействуют с ионами, передавая им свой импульс. За счет этого уравнивается силовое воздействие на кристаллическую решетку со стороны поля  $\vec{E}$ . Движение самих электронов при этом с большой степенью точности рассматривается как равномерное. Таким образом, проводник с током в целом в отсутствие внешних магнитных полей не испытывает силового воздействия и остается в покое.

За счет инерции электронов, конечно, может создаваться продольная сила при переменном токе или, наоборот, может возникать ток в проводнике при его неравномерном движении. Эти эффекты исследованы в опытах Толмена [7]. Известно, что они крайне незначительны и не проявляются при постоянном токе или равномерном движении проводника.

Далее рассмотрим прямолинейный участок проводника  $MN$ , по которому течет исходный постоянный ток плотности  $\vec{j}_0$ . Пусть только на этом участке (а не на всю электрическую цепь) действует стационарное однородное СМП положительного знака  $(+B^*)$  (рис. 40a). Заметим, что такой случай является идеализированным, поскольку СМП обычно неоднородное и его границы невозможно установить четко. Однако для понимания сути явления такой пример удобен.

Выделенный участок токнесущего проводника создает собственное СМП  $H_c^*$  и представляет собой градиентную магнитостатическую структуру, на которую в соответствии с (4.5) действует продольная сила Николаева.

Изучим этот процесс на электронном уровне. Со стороны электрического поля, созданного источником ЭДС, силовое воздействие на электроны и ионы остается тем же, что и в описанном выше случае при отсутствии СМП. В пределах выделенного участка на движущиеся электроны (в отличие от неподвижных ионов), кроме электрической силы  $\vec{F}_-$ , действует тормозящая сила  $\vec{F}^*$ .

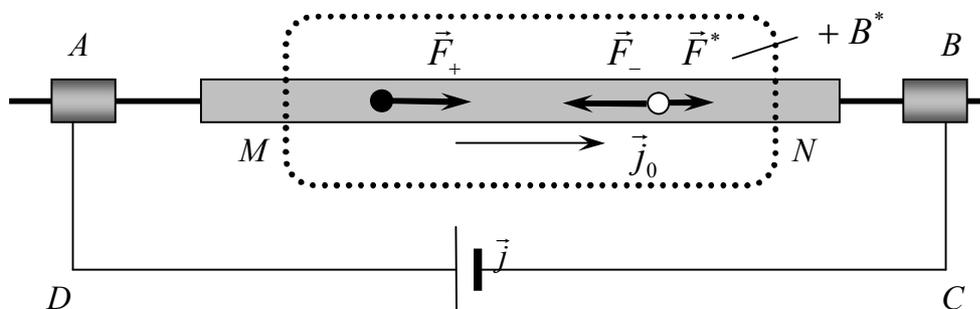


Рис. 40а

Импульс электрона за счет этой силы уменьшается. Этот уменьшенный импульс передается иону при взаимодействии электрона с ним. При этом силовое воздействие на каждый ион не компенсируется полностью, и на данном участке возникает продольная сила, направленная по току (рис. 40б). Если продольная подвижность проводника обеспечена, он приходит в движение в направлении тока.

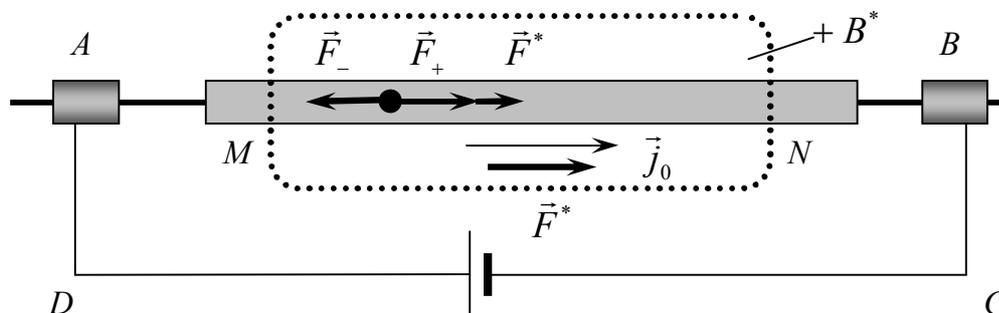


Рис. 40б

Заметим, что предложенная электронная теория рассматривает только взаимодействие отдельного электрона с СМП. Если требуется определить силовое воздействие на участок проводника или контур в целом, следует рассматривать комплекс электронов, движущихся в пределах действия СМП, как единую градиентную структуру. Об этом уже шла речь в главе 4. Чтобы убедиться в этом, рассмотрим, например, жесткий замкнутый круговой контур с током, полностью помещенный в однородное стационарное СМП, созданное тороидом, ось которого совпадает с осью контура (рис. 41). При этом СМП, индуцированное тороидом на линии расположения контура, является однородным. Из приведенных соображений (оперируя силовым воздействием СМП на каждый отдельный электрон) можно ошибочно заключить, что

возникнет пара сил Николаева, приводящая контур во вращательное движение в своей плоскости. Однако надо рассматривать не каждый электрон в отдельности, а комплекс электронов, движущихся по контуру и образующих замкнутый ток. Как показано в главе 6, замкнутый ток не является градиентной структурой, следовательно, продольные силы не возникают.

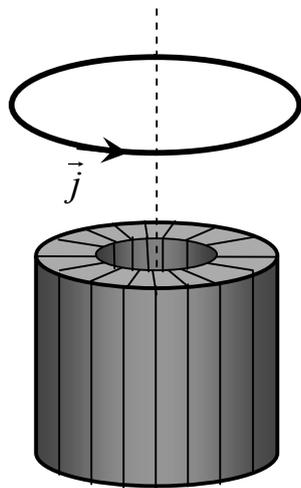


Рис. 41

Встает вопрос о выполнении закона сохранения кинетического момента для электромеханической системы в целом, в состав которой кроме контура входит индуктор СМП. Для этой системы все электромеханические силы (Ампера и Николаева) являются внутренними. В предложенном примере силы Николаева на контур не действуют, следовательно, отсутствует и вращающий момент. Контур с током создает векторное магнитное поле, которое пронизывает тороидальный индуктор. Поскольку имеется полная круговая симметрия в распределении этого поля и в расположении токов, текущих в обмотке тороида, нетрудно показать, что момент сил, приложенных к тороиду относительно его оси, тоже равен нулю. Следовательно, закон сохранения кинетического момента выполняется.

Таким образом, невозможно создать пару сил Николаева, приводящую во вращение замкнутый контур с единым током в однородном СМП. Однако если СМП неоднородно или действует в пределах ограниченного участка контура (как, например, на рис. 40), то сила Николаева создается и способна вызвать движение контура или его частей. В этом случае индуктор СМП так же испытывает действие электромагнитной силы. Сумма моментов внутренних электромагнитных сил в системе в целом при этом относительно любого центра равна нулю.

Заметим, что действие продольной силы  $\vec{F}^*$  на выделенном участке  $MN$  (рис.40) эквивалентно возникновению на нем ЭДС, противодействующей исходному току, что приводит к уменьшению результирующего тока в цепи:

$$j < j_0.$$

Это явление можно назвать *продольным эффектом Холла*, экспериментально оно пока не подтверждено. Однако из теоретических соображений понятно, что его проявление весьма незначительно изменяет внешний ток, поэтому им обычно можно пренебречь.

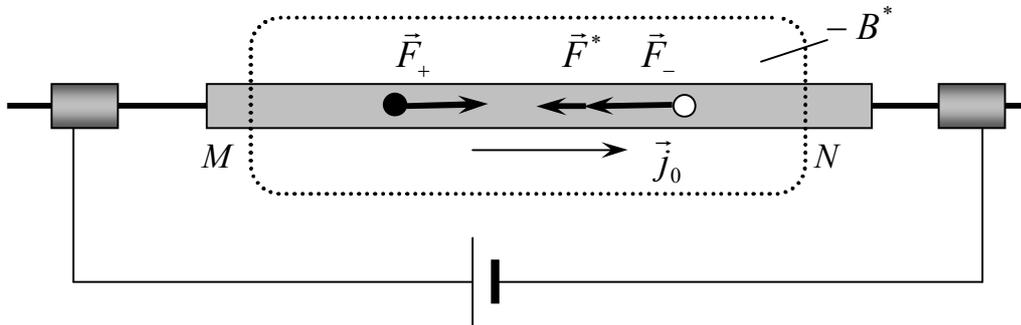


Рис. 42а

В отрицательном СМП ( $-H^*$ ), наоборот, на комплекс электронов в пределах участка  $MN$  действует ускоряющая сила Николаева (рис. 42а). Силовое воздействие на ионы в этом случае больше в направлении движения электронов, т.е. против тока, поэтому на проводник в целом действует продольная сила, направленная против тока (рис. 42б). В этом случае ток, текущий в цепи, несколько усиливается:

$$j > j_0.$$

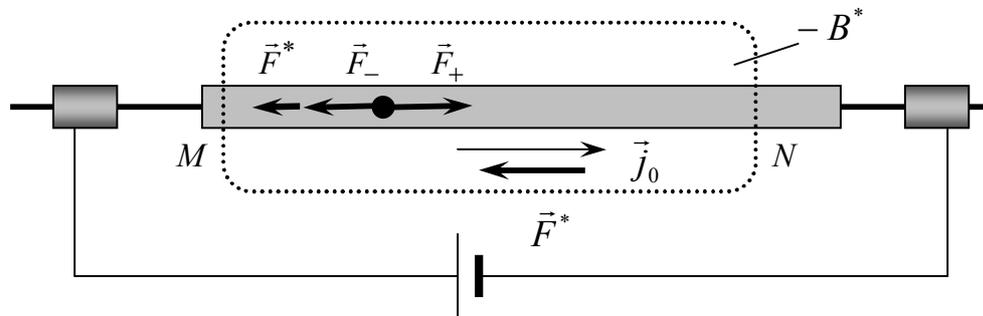


Рис. 42б

Естественно встает вопрос о возможности обратного явления: возникает ли электрический ток при движении проводника в СМП? То есть, существует ли явление, аналогичное электромагнитной индукции и при каких условиях оно проявляется.

## 10. Безвихревая электромагнитная индукция

Рассмотрим движение прямолинейного проводника с незамкнутыми концами, в положительном СМП. Вначале вновь изучим идеализированный случай. Пусть СМП является однородным и стационарным ( $B^* = const$ ), прямо-

линейный проводник расположен на оси  $x$  и движется вдоль нее с постоянной скоростью  $V_{nep} = const$ , СМП неподвижно в лабораторной системе отсчета и действует на участке  $MN$  постоянной длины (рис. 43).

Из соображений, основанных на электронной теории, можно заключить: поскольку электроны и ионы, содержащиеся в проводнике, участвуют в переносном движении, на них в пределах участка  $MN$  воздействуют одинаковые по величине и противоположные по направлению силы Николаева:  $\vec{F}_-^*$  и  $\vec{F}_+^*$  соответственно. Действие этих сил аналогично созданию на участке  $MN$  электрического поля некоторой напряженности  $\vec{E}_{MN}$ , действующем в направлении движения проводника. Возникает ли при этом в проводнике электрический ток? Ответ на это вопрос зависит от трех условий:

- 1) является ли индуцированное электрическое поле потенциальным,
- 2) стационарно ли оно,
- 3) каков способ замыкания цепи.

При обычном (вихревом) явлении электромагнитной индукции, как известно, всегда индуцируется вихревое электрическое поле. Из соображений симметрии предположим, что в случае с СМП индуцируется потенциальное (безвихревое) электрическое поле  $\vec{E}_\rightarrow$ . Создание потенциального электрического поля, как известно, возможно только при наличии его источников и стоков. Проанализируем с этой точки зрения движение проводника в положительном СМП.

В процессе своего движения проводник в точке  $M$  входит в область действия СМП, а в точке  $N$  из нее выходит (рис. 43). Таким образом, в рассматриваемом случае (при условии стационарности и однородности СМП на участке  $MN$ ) имеется две точки изменения внешнего СМП в системе отсчета, связанной с движущимся проводником: в одной из них ( $M$ ) оно увеличивается  $\left(\frac{d'B^*}{dt} > 0\right)$ , а в другой ( $N$ ) - уменьшается  $\left(\frac{d'B^*}{dt} < 0\right)$ . Штрих при обозначении производной означает, что она определяется в подвижной системе отсчета. Поскольку внешнее СМП стационарно в лабораторной системе отсчета, его изменение в подвижной системе отсчета происходит за счет конвекции.

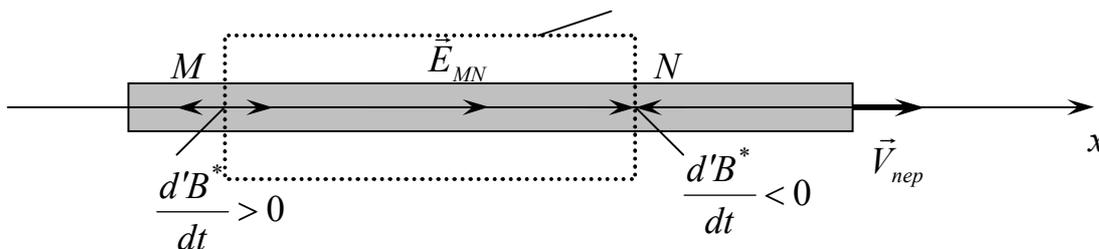


Рис. 43

Согласно рассуждениям, приведенным выше, при движении стержня в положительном СМП на участке  $MN$  возникает стационарное электрическое

поле  $\vec{E}'_{MN}$ , действующее в направлении движения проводника. Это означает, что в точке  $M$ , где  $\frac{d'B^*}{dt} > 0$ , возникает источник электрического поля, а в точке  $N$ , где  $\frac{d'B^*}{dt} < 0$ , - сток. Следовательно, созданное электрическое поле действительно является потенциальным  $\vec{E}'_{MN} = \vec{E}'_{\rightarrow}$ . Кстати, за пределами участка  $MN$  так же неизбежно создается потенциальное электрическое поле противоположного направления. Следовательно, именно нестационарные процессы, происходящие в точках  $M$  и  $N$ , являются первичной причиной возникновения потенциального электрического поля в проводнике.

Заметим, что указанные источники и стоки неподвижны в лабораторной системе отсчета, и при постоянной скорости движения проводника в стационарном СМП имеют постоянную интенсивность  $\left(\frac{d'B^*}{dt} = const\right)$ . Для возникновения постоянного тока необходимо замкнуть точки  $M$  и  $N$  электрической цепью со скользящими контактами, которая остается неподвижной в лабораторной системе отсчета, и двигать проводник с постоянной переносной скоростью (рис. 44). При этом ЭДС индуцируется только в точках  $M$  и  $N$ , а в замыкающей части цепи собственная ЭДС не возникает, так как она неподвижна относительно стационарного СМП.

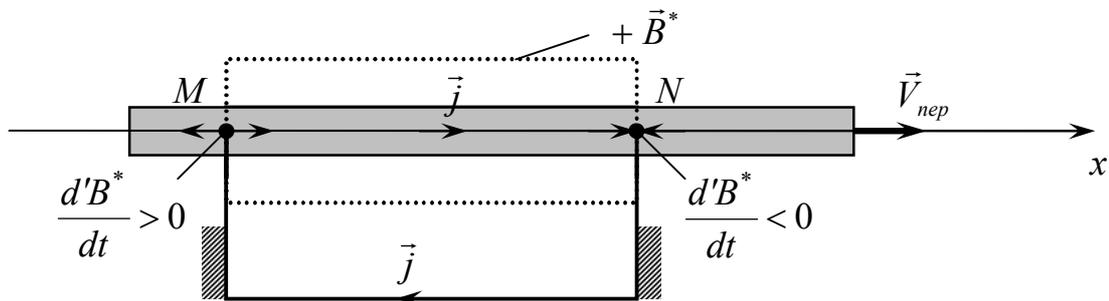


Рис. 44

Обратим внимание на то, что индуцированный ток, текущий на участке  $MN$  создает собственное СМП. При этом в точке  $M$  оно является отрицательным, а в точке  $N$  – положительным. В системе отсчета, связанной с движущимся проводником, индуцированное СМП в точках  $M$  и  $N$  является нестационарным, так как сами эти точки перемещаются относительно стержня. В точке  $M$  собственное СМП, индуцированного тока стремится уменьшить  $\left(\frac{d'B^*_{инд}}{dt} < 0\right)$  возрастающее внешнее СМП, а в точке  $N$  – увеличить  $\left(\frac{d'B^*_{инд}}{dt} > 0\right)$  убывающее внешнее СМП. Очевидно, что ток, индуцированный на участке проводника, движущемся во внешнем СМП, всегда создает собственное СМП. Можно сформулировать **аналог правила Ленца применитель-**

**но к СМП: ток, индуцированный на некотором участке проводника за счет изменения внешнего СМП, создает собственное СМП, которое стремится скомпенсировать изменение внешнего СМП, его породившего.**

Аналогичные рассуждения можно привести и для случая движения проводника в отрицательном СМП. Источники и стоки при этом поменяются местами и на участке  $MN$  возникнет электрическое поле, вектор напряженности  $\vec{E}'_{MN}$  которого направлен против  $\vec{V}_{пер}$ . Следовательно, если замкнуть точки  $M$  и  $N$  скользящими контактами, на участке  $MN$  возникнет ток, текущий в направлении противоположном движению проводника.

Заметим, что в рассмотренном случае активными являются только две точки, поскольку только в них индуцируется ЭДС. Расстояние между точками в данном случае значения не имеет, поэтому называть участок  $MN$  активным не совсем верно. Этот случай, хотя и помогает понять суть явления, крайне идеализирован: создать однородное СМП в области со строго определенными границами, как это предполагается в рассуждениях, приведенных выше, невозможно. СМП по своей сути всегда неоднородно и простирается до бесконечности. Следовательно, при движении проводника в неоднородном СМП, источники и стоки индуцированного электрического поля не являются точечными, а распределяются по закону, зависящему от конфигурации СМП и движения проводника относительно него. То есть активными являются не отдельные точки, а участки движущегося проводника, в пределах которых СМП изменяется в системе отсчета, связанной с проводником.

Рассмотрим случай, когда интенсивность источников и стоков электрического поля изменяется  $\left( \frac{d'^2 B^*}{dt^2} \neq 0 \right)$  в системе отсчета, связанной с проводником. Это возможно, если проводник движется неравномерно, или внешнее СМП является нестационарным. Очевидно, в этом случае в проводнике, даже если он незамкнут, индуцируется переменный электрический ток.

Пусть, например, на концах линейного незамкнутого проводника возникают переменные (как по величине, так и по знаку) источники (стоки) электрического поля, изменяющиеся по противофазным гармоническим законам с одинаковыми частотами. В этом случае в проводнике возникает синусоидальный электрический ток.

Другой пример. Пусть всего одна точка неподвижного замкнутого кругового электропроводного контура находится в нестационарном СМП. Примем, для определенности, что в данный момент времени в этой точке возникает источник электрического поля. При этом неизбежно в какой-то другой точке контура, образуется сток поля  $\vec{E}$  (рис.45а). Если интенсивность источника постоянна, т. е.  $\frac{dB^*}{dt} = const$ , то токи не возникают, просто происхо-

дит поляризация зарядов в контуре. Может показаться, что замыкание источника и стока дополнительной электрической цепью (а это можно сделать, так как кольцо неподвижно) позволит создать ток (рис. 45б). Однако этого не

происходит, поскольку кольцо и замыкающий проводник находятся в одной системе отсчета, а СМП в ней не стационарно, следовательно, в замыкающем проводнике индуцируется электрическое поле, создающее такую же поляризацию зарядов, как и в круговом контуре.

При изменении интенсивности источника, когда  $\frac{d^2 B^*}{dt^2} \neq 0$ , в контуре (рис. 45а) возникают переменные полукруговые токи, которые, сами создают собственное СМП в соответствии со сформулированным выше правилом.

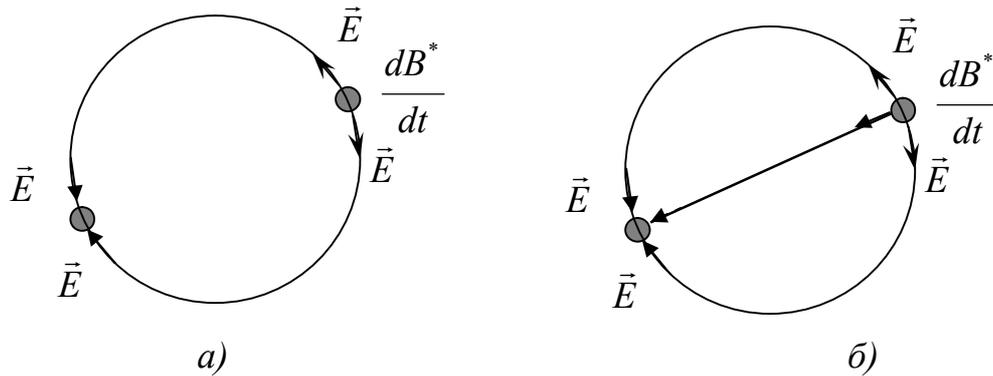


Рис. 45

Рассмотрим случай, когда электропроводное замкнутое кольцо полностью помещено в однородное стационарное СМП и вращается в нем (равномерно или неравномерно) в своей плоскости вокруг оси, проходящей через его центр (такая система изображена на рис. 41). Из соображений электронной теории может показаться, что в кольце в этом случае должен возникать индуцированный замкнутый электрический ток. Однако важно понимать, что для возникновения индуцированного тока необходимо, чтобы в системе отсчета, связанной с проводником, процесс носил нестационарный характер, хотя бы в одной точке проводника. А в данном случае, даже при неравномерном вращении кольца в системе отсчета, связанной с ним, процесс остается

стационарным во всех его точках  $\left( \frac{d'B^*}{dt} = 0 \right)$ . В результате в замкнутом

кольце при его движении в однородном стационарном СМП ток не индуцируется.

Очевидно, требуется ввести некоторую характеристику нестационарности электромагнитного процесса применительно к СМП. Такой характеристикой служит величина, аналогичная изменению магнитного потока на некотором элементе длины проводника  $\Delta x$  за время  $\Delta t$ . В случае движения проводника вдоль оси  $x$  в присутствии внешнего СМП эта величина в сопровождающей системе отсчета записывается в виде:

$$\Delta \Phi^{*'} = B^* \cdot \Delta x \cdot V_{nep} \Delta t, \quad (10.1)$$

где  $\Delta x$  - ширина активного участка, в пределах которого электромагнитный процесс является нестационарным в системе отсчета, связанной с проводником.

Пусть линейный проводник движется поступательно, как показано на рис. 43, в неоднородном стационарном СМП  $B^*(x)$ . Выберем на нем достаточно малый (элементарный) участок  $\Delta x$ . Интенсивность источников (стоков) электрического поля в пределах этого участка в течение малого промежутка времени  $\Delta t$  можно считать постоянной величиной  $\left(\frac{d'B^*}{dt} = const\right)$ , а СМП можно характеризовать некоторым средним значением  $B_{cp}^*$ . При этом ЭДС индукции, созданную в данный момент времени на данном элементарном участке, можно вычислить по формуле:

$$\varepsilon^* = \frac{\Delta\Phi^*}{\Delta t} = B_{cp}^* \cdot \Delta x \cdot V_{nep}. \quad (10.2)$$

В отличие от закона Фарадея, здесь знак «минус» не ставится, так как из электронной теории и аналога правила Ленца следует, что в случае положительного СМП направление индуцированного на активном участке тока совпадает с направлением перемещения проводника. Из (10.2), кстати, следует дифференциальное соотношение между индукцией СМП в данной точке и напряженностью электрического поля, возникающего в подвижной электропроводной среде:

$$\vec{E}'_{MN} = B_{cp}^* \vec{V}_{nep}. \quad (10.3)$$

На активном участке  $\Delta x$  при постоянной интенсивности источников электрического поля в данный момент времени индуцируется ток величины:

$$J = \frac{\varepsilon^*}{R} = \frac{B_{cp}^* \cdot \Delta x \cdot V_{nep}}{R},$$

где  $R$  – электрическое сопротивление участка проводника  $\Delta x$ . Плотность этого тока с учетом его направления:

$$\vec{j} = \frac{B_{cp}^* \cdot \Delta x}{RS} \vec{V}_{nep}, \quad (10.4)$$

где  $S$  – площадь поперечного сечения проводника.

Пользуясь формулой (10.4) можно численно оценить индукцию СМП в эксперименте Томила А.К. и Тупицына О.В., описанном в главе 8. Индуцированный ток  $J = 10 \text{ мкА}$ , переносная скорость  $V_{nep} = 1 \text{ м/с}$ , сопротивление медного кольца  $R = 0,5 \text{ Ом}$ , длина активных участков в сумме  $\Delta x = 0,05 \text{ м}$ . В результате расчетов получим:

$$B_{cp}^* = \frac{JR}{\Delta x \cdot V_{nep}} = 10^{-4} \text{ Тл}.$$

Если закон распределения СМП на активном участке конечной длины известен, для вычисления индуцированной в данный момент времени ЭДС следует воспользоваться формулой:

$$\varepsilon^* = V_{nep} \int_{x_1}^{x_2} B^*(x) dx. \quad (10.5)$$

И так, в случае выполнения определенных выше условий, при движении проводника в СМП в нем индуцируется ток, текущий в направлении движения проводника или против него в зависимости от знака СМП. Возникает ли при этом продольная сила, действующая на индуцированный ток? Какое действие она оказывает на движение проводника? С. Маринов в своем предисловии к книге Г.В. Николаева [16] приводит следующие рассуждения: «...индуцированный ток не будет тормозить движение проволоки, а будет помогать ее движению. Это можно назвать антиленц-эффектом. Из указанного эффекта следует, что с помощью скалярного магнитного поля можно строить вечные двигатели».

Действительно, из рис. 44 видно, что на проводник действует ускоряющая продольная сила  $\vec{F}^*$ , так как движение происходит в положительном СМП, и индуцированный ток по направлению совпадает с  $\vec{V}_{nep}$ . В случае отрицательного СМП индуцированный ток направлен противоположно скорости движения проводника, при этом возникает продольная сила, действующая против тока, то есть опять по направлению движения проводника. Таким образом, при любом знаке СМП на движущийся в нем проводник действует ускоряющая продольная сила.

Рассмотрим этот вопрос из соображений электронной теории. Различие продольных сил, действующих на электроны ( $\vec{F}_-^*$ ) и на ионы ( $\vec{F}_+^*$ ), находящиеся в пределах активного участка объясняется различием скоростей ионов и электронов в условно неподвижной системе отсчета. В случае положительного СМП:

$$V_+ = V_{nep}, \quad V_- = V_{nep} - V_{отн},$$

следовательно,

$$\vec{F}_-^* < \vec{F}_+^*,$$

причем,  $\vec{F}_+^*$  совпадает с направлением движения проводника. В случае отрицательного СМП:

$$V_+ = V_{nep}, \quad V_- = V_{nep} + V_{отн},$$

$$\vec{F}_-^* > \vec{F}_+^*,$$

причем сила  $\vec{F}_-^*$  направлена по движению проводника.

Из этих рассуждений следует, что эффект ускорения проводника во внешнем СМП действительно существует. Оценим его величину. Сравним относительную и переносную скорости электронов. Имея в виду, что

$$\vec{j} = -|e|n\vec{V}_{отн},$$

где  $n$  – концентрация электронов в проводнике, из (10.4), можно получить соотношение (с учетом отрицательного знака заряда электрона):

$$\vec{V}_{отн} = -\frac{B^* \cdot \Delta x}{RS|e|n}\vec{V}_{пер}. \quad (10.6)$$

При использованных выше числовых значениях, учитывая, что при нормальных условиях концентрация свободных электронов в металлах  $n = 6 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}$ , вычислим значение коэффициента, стоящего в правой части (11.6):

$$\left| \frac{V_{отн}}{V_{пер}} \right| = \frac{B^* \cdot \Delta x}{RS|e|n} \approx 10^{-8}.$$

Следовательно, скорость относительного упорядоченного движения электронов, создающих индуцированный ток, обычно много меньше скорости переносного движения, за счет которого этот ток возникает. Поэтому и различие между силами  $\vec{F}_-^*$  и  $\vec{F}_+^*$  может существенно проявиться только при очень больших значениях индукции внешнего СМП. Однако встает принципиальный вопрос об источниках и стоках энергии. О возможных путях решения этого вопроса речь пойдет в заключительной главе.

Преступим к выводу закона безвихревой электромагнитной индукции в дифференциальной форме. Пусть в условно неподвижной системе отсчета создано неоднородное и нестационарное СМП  $B^*(x, y, z, t)$ . Наличие источников и стоков потенциального электрического поля в каждой точке подвижной среды, как показано выше, характеризуется производной  $\frac{d'B^*}{dt}$ , которая в общем случае может иметь локальную и конвективную составляющие:

$$\frac{d'B^*}{dt} = \frac{\partial B^*}{\partial t} + \vec{V} \cdot \text{grad}B^*.$$

В элементарном объеме  $d\tau'$  подвижной среды наличие источников и стоков поля  $\vec{E}'$  определяется произведением  $\frac{d'B^*}{dt}d\tau'$ , а для всего выделенного конечного объема  $\tau'$  имеем:

$$\Phi^{*'} = \int_{\tau'} \frac{d'B^*}{dt} d\tau'. \quad (10.7)$$

С другой стороны эта же величина представляет собой поток вектора  $\vec{E}'$ , характеризующего потенциальное электрическое поле, через поверхность  $S'$ , ограничивающую выделенный объем подвижной среды:

$$\Phi^* = \int_{S'} E_n' dS'. \quad (10.8)$$

С использованием теоремы Гаусса из (10.7) и (10.8) можно записать:

$$\int_{\tau'} \frac{d'B^*}{dt} d\tau' = \int_{\tau'} \text{div} \vec{E}' \cdot d\tau',$$

а отсюда следует важнейшее соотношение, приведенное без вывода в монографиях Николаева Г.В. [16-17]:

$$\frac{d'B^*}{dt} = \text{div} \vec{E}'. \quad (10.9)$$

Сформулируем закон безвихревой электромагнитной индукции в дифференциальной форме: *точка пространства, в которой в данной системе отсчета создано нестационарное СМП, является источником или стоком электрического поля в этой системе отсчета.*

Таким образом, получается, что потенциальное электрическое поле можно создавать как электрическими зарядами, так и при помощи нестационарного СМП. Следовательно, одно из уравнений обобщенной электродинамики при условии неподвижности среды имеет вид:

$$\text{div} \vec{D} = \rho + \varepsilon' \varepsilon_0 \frac{\partial B^*}{\partial t}, \quad (10.10)$$

где  $\vec{D}$  - вектор индукции электрического поля,  $\varepsilon'$  - относительная диэлектрическая проницаемость среды,  $\rho$  - плотность электрических зарядов.

Установка, использованная в эксперименте Томилина А.К. и Тупицына О.В. (рис. 36) по существу представляет собой электрогенератор постоянного тока, действующий на принципе безвихревой электромагнитной индукции.

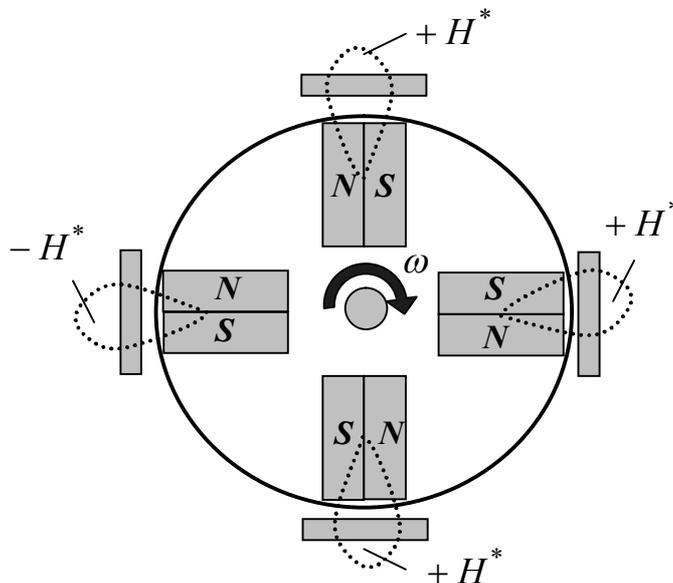


Рис. 46а

Второй экспериментально испытанный тип электрогенератора представляет собой электрическую машину переменного тока. На вращающемся диске располагается несколько пар плоских постоянных магнитов. Их количество должно быть кратным 4. Вдоль линий соединения магнитных пар создается СМП. Магнитные пары располагаются так, что на периферии ротора знаки СМП чередуются (рис. 46а).

В качестве индукционных обмоток используются специальные плоские катушки. Их намотка аналогична намотке тороидального соленоида и показана на рис. 46б.

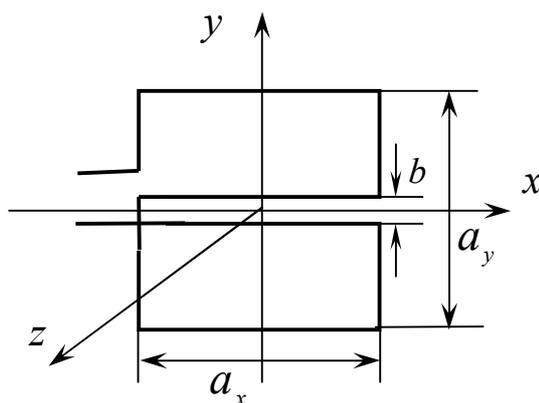


Рис. 46б

Катушки располагаются на неподвижном основании, так чтобы их плоскости были перпендикулярны к линиям соединения магнитов. В этом случае токи индуцируются в проводниках, расположенных внутри катушки (вдоль оси  $x$ ), за счет изменения СМП в системе отсчета, связанной с катушкой. Пусть СМП движется вдоль оси  $x$ . В системе отсчета, связанной с катушкой, вектор  $\vec{A}$ , характеризующий поле движущейся магнитной пары, имеет компоненты  $A_x$  и  $A_z$ . Поэтому

$$B^* = -\text{div}\vec{A} = -\frac{\partial A_x}{\partial x}. \quad (10.11)$$

В проекции на ось  $x$  уравнение (10.10) с учетом (10.11) примет вид:

$$\frac{\partial D_x}{\partial x} = -\varepsilon'\varepsilon_0 \frac{\partial^2 A_x}{\partial x \partial t}, \text{ или } E_x = -\frac{\partial A_x}{\partial t}.$$

То есть в проводниках, расположенных вдоль оси  $x$ , индуцируется электрическое поле и создается электрический ток. Следует заметить, что ток индуцируется во всех четырех проводниках, параллельных оси  $x$ , следовательно, в обмотке возникают противотоки. Однако наиболее сильное СМП создается на оси  $x$ , и оно довольно быстро убывает по мере удаления от нее вдоль оси  $y$ . Поэтому токи, индуцированные на внутренних проводниках су-

щественно больше токов, наведенных во внешних проводниках. Для усиления эффекта тороидальные обмотки соединяются между собой последовательно или параллельно, но обязательно с учетом фазы индуцированных токов, чтобы исключить противотоки или компенсацию напряжений. Эта электрическая машина тоже может работать в обратном режиме, то есть служить в качестве электродвигателя.

В проведенном эксперименте использовались четыре пары магнитов ( $NeFeB$ ), каждый из которых имел размеры:  $10 \times 20 \times 60$  мм. Они были закреплены на деревянном диске радиуса 100 мм. Зазор между торцами магнитов и обмотками составлял примерно 9 мм. Обмотка статора состояла из четырех плоских катушек с размерами  $a_x = a_y = 50$  мм, и зазором между внутренними проводниками  $b = 6$  мм. Катушки имели по 20 витков медной проволоки. Ротор разгонялся до скорости 2500 об/мин. Машина генерировала переменный ток, который регистрировался лучевым осциллографом. При этом наблюдалась зависимость частоты и амплитуды индуцированного тока от угловой скорости вращения ротора.

Заметим, что наведение токов за счет изменения векторного магнитного поля в тороидальных обмотках практически исключается, так как токи, индуцированные при этом в их половинах, взаимно компенсируются. В сравнительном эксперименте на роторном диске располагались четыре непарных магнита. Направление векторов магнитной индукции всех этих магнитов было одинаковым, этим исключалась возможность создания СМП. При таких условиях ток в тороидальных обмотках практически не возникает. Незначительные наводки возможны только за счет асимметрии в расположении обмоток и магнитов.

## 11. Система дифференциальных уравнений обобщенной электродинамики

В результате проведенного выше исследования можно записать полную систему электродинамических уравнений (макроскопическое приближение), учитывающих две компоненты магнитного поля: векторную и скалярную. Система дифференциальных уравнений обобщенной электродинамики в условно неподвижной системе отсчета выглядит следующим образом:

$$\text{rot}\vec{H} + \text{grad}H^* = \vec{j} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}, \quad (11.1)$$

$$\text{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}, \quad (11.2)$$

$$\text{div}\vec{D} = \rho + \varepsilon'\varepsilon_0 \frac{\partial B^*}{\partial t}, \quad (11.3)$$

$$\text{div}\vec{H} = 0, \quad (11.4)$$

$$\vec{B} = \mu' \mu_0 \vec{H}, \quad (11.5)$$

$$B^* = \mu' \mu_0 H^*. \quad (11.6)$$

Электрическое поле имеет вихревую ( $\vec{E}_0$ ) и потенциальную ( $\vec{E}_\rightarrow$ ) компоненты:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_\rightarrow, \quad (11.7)$$

или

$$\vec{D} = \varepsilon' \varepsilon_0 \vec{E}_0 + \varepsilon' \varepsilon_0 \vec{E}_\rightarrow. \quad (11.8)$$

Из уравнения (11.1) видно, что ток проводимости  $\vec{j}$  создает как векторное (соленоидальное), так и скалярное (потенциальное) магнитное поле. В общем случае обе эти составляющие единого магнитного поля являются нестационарными и неоднородными. За счет изменения индукции векторного магнитного поля  $\vec{B}$ , как известно, образуется вихревое электрическое поле  $\vec{E}_0$  (11.2). Изменение индукции СМП наравне с электрическими зарядами порождает источники и стоки потенциального электрического поля (11.3). Таким образом, электрическое поле в общем случае включает в себя потенциальную и вихревую компоненты (11.7). Поэтому при вычислении производной  $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ , возникают вихревая (соленоидальная) и потенциальная (скалярная) составляющие магнитного поля (11.1). То есть токи смещения, как и токи проводимости, порождают обе компоненты магнитного поля: векторную и скалярную. Уравнение (11.4) указывает на вихревой характер векторного магнитного поля. Уравнения (11.5) и (11.6) являются дополнительными и устанавливают взаимосвязь соответственно между характеристиками векторного и скалярного магнитных полей в отдельности.

К основным уравнениям (11.1) – (11.6) следует присоединить закон Ома в дифференциальной форме, записанный при условии неподвижности сред:

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}, \quad (11.9)$$

где  $\sigma$  - электропроводность среды, а под вектором  $\vec{E}$  в общем случае понимается сумма напряженностей обеих составляющих электрического поля: вихревой и потенциальной.

Уравнения (11.1) – (11.9) справедливы при следующих предположениях:

- 1) все тела, находящиеся в электромагнитном поле неподвижны,
- 2) величины  $\varepsilon', \mu', \sigma$  являются функциями координат и не зависят от времени и от характеристик электромагнитного поля.

Поскольку в обобщенной электродинамике кроме электрических зарядов, источниками и стоками электрического поля является еще нестационарное СМП, то уравнение неразрывности, очевидно, содержит дополнительный член. На основе уравнения (11.3) введем понятие эффективного электрического заряда:

$$q_{\text{эф}} = \int_{\tau} \left( \rho + \varepsilon' \varepsilon_0 \frac{\partial B^*}{\partial t} \right) d\tau. \quad (11.10)$$

Возникновение электрического тока в электропроводной среде возможно как за счет изменения электрических зарядов в объеме  $\tau$ , так и вследствие изменения в нем СМП, то есть электрический ток, текущий через поверхность  $S$ , ограничивающую объем  $\tau$ , связан с изменением эффективного заряда соотношением:

$$\int_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = - \int_{\tau} \frac{\partial q_{\text{эф}}}{\partial t} d\tau,$$

Применив к левой части теорему Гаусса, получим уравнение неразрывности в виде:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \varepsilon' \varepsilon_0 \frac{\partial^2 B^*}{\partial t^2} + \text{div} \vec{j} = 0. \quad (11.11)$$

Таким образом, *в точке, являющейся источником (стоком) электрического тока, имеется переменный электрический заряд, и в ней создается нестационарное СМП*, причем  $\frac{\partial^2 B^*}{\partial t^2} \neq 0$ . Обратим внимание на то,

что все величины в дифференциальном уравнении (11.11) относятся к одной точке пространства. Это важно иметь в виду при его использовании совместно с основными дифференциальными уравнениями электродинамики (11.1) – (11.2), в которых величины, стоящие в правых и левых частях относятся соответственно к различным точкам пространства.

Обратим внимание на симметрию уравнений обобщенной электродинамики. Она не является полной: магнитное поле описывается 4-мерным вектором  $(\vec{H}, H^*)$ , а электрическое поле 3-мерным вектором  $\vec{E}$ . Нет полной симметрии и в записи уравнений (11.1) и (11.2). Как будет показано в главе 14, полное обобщение электродинамики возможно с учетом квантовых явлений. Именно в квантовой электродинамике наблюдается полная симметрия в описании электромагнитных явлений.

Как следует из проведенных выше исследований, *электродинамика Максвелла является ограниченной теорией, так как описывает только электромагнитное поле, созданное простейшими элементами: бесконечным током или отдельным замкнутым контуром. Обобщенная электродинамика позволяет исследовать электромагнитное поле электродинамических систем, состоящих из многих элементов. Следующий уровень обобщения – квантовая теория.*

Самая древняя из наук – механика – в своем развитии уже прошла все подобные ступени развития. Проводя аналогии, электродинамику Максвелла можно сравнить с элементарной механикой, изучающей статику, кинематику и динамику простейших объектов: материальной точки и твердого тела.

Обобщенную электродинамику следует сравнивать с аналитической механикой материальной системы, а обобщенную квантовую электродинамику – с квантовой механикой и теорией относительности.

В современной электродинамике отсутствует теория электродинамических систем (обобщенная электродинамика). Поэтому электродинамика Максвелла с одной стороны и квантовая электродинамика - с другой вынуждены использовать искусственные ограничения (калибровки), чтобы «отрезать» пути, ведущие к несуществующей части науки. На одно из таких ограничений, а именно калибровку Кулона (2.2), мы уже обратили внимание и показали, что она «закрывает» путь в обобщенную магнитостатику. Аналогичная ситуация, как будет показано в дальнейшем, имеет место и в теории электромагнитного поля, а так же в квантовой электродинамике.

Анализ причин появления калибровок в электродинамике Максвелла содержится, например, в статье Докторовича З.И. [34]. Автор этой статьи, опубликованной впервые в 1994 году, обоснованно указывает на парадоксальность существующей теории. Он приходит к выводу, что разделение полей на вихревые и градиентные не условно, а фундаментально, и справедливо обращает внимание на отсутствие в уравнениях Максвелла нестационарного градиентного электрического поля. Однако, он искусственно (из физических соображений) исключает градиентное магнитное поле, векторный потенциал в его теории остается сугубо вихревым, то есть сохраняется калибровка  $div\vec{A} = 0$ .

По существу Докторович З.И. приходит к выводу о фундаментальности поля вектора  $\vec{A}$ , хотя и не формулирует эту мысль в явном виде. В частности он правильно указывает, что ЭДС (в том числе и ЭДС индукции) всегда возникает за счет сил неэлектрической природы. Поэтому во вторичной обмотке трансформатора электрические заряды приходят в движение не под действием индуцированного электрического поля (как принято считать), а за счет силы

$$\vec{F} = -q \frac{\partial \vec{A}}{\partial t},$$

которая возникает в результате взаимодействия заряда с нестационарным полем вектора  $\vec{A}$ . В результате Докторович З.И. предлагает записывать уравнения электродинамики только с использованием векторного потенциала  $\vec{A}$ , полагая другие характеристики нестационарного электромагнитного поля вторичными.

Схожая точка зрения изложена в монографии Менде Ф.Ф. [35]. Автор этой работы заключает, что «движущийся или неподвижный заряд взаимодействует не с магнитным полем, а с полем магнитного векторного потенциала, и только знание этого потенциала и его эволюции дают возможность вычислить все составляющие сил, действующих на заряды».

## 12. Обобщенный закон сохранения энергии электромагнитного поля

Рассмотрим некоторый объем  $\tau$ , ограниченный поверхностью  $S$ . Пусть внутри этого объема имеется электромагнитное поле и за счет электромагнитных процессов выделяется теплота:

$$Q = \int_{\tau} (\vec{j} \cdot \vec{E}) d\tau. \quad (12.1)$$

С учетом уравнения (11.1), получим

$$Q = \int_{\tau} \vec{E} \cdot \text{rot} \vec{H} d\tau + \int_{\tau} \vec{E} \cdot \text{grad} H^* d\tau - \int_{\tau} \vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} d\tau. \quad (12.2)$$

Используя формулы векторного анализа, в результате преобразований имеем:

$$Q = - \int_{\tau} \text{div}(\vec{E} \times \vec{H}) d\tau + \int_{\tau} \text{div}(\vec{E} H^*) d\tau - \int_{\tau} H^* \text{div} \vec{E} d\tau - \int_{\tau} \left( \vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{H} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) d\tau. \quad (12.3)$$

Помимо известного вектора Умова-Пойтинга:

$$\vec{p}_{\perp} = \vec{E} \times \vec{H},$$

введем аналогичный вектор для характеристики переноса энергии электромагнитными волнами в направлении вектора  $\vec{E}$ :

$$\vec{p}_{\parallel} = \vec{E} H^*. \quad (12.4)$$

Тогда характеристикой полного переноса электромагнитной энергии послужит вектор:

$$\vec{p} = \vec{p}_{\perp} + \vec{p}_{\parallel} = \vec{E} \times \vec{H} + \vec{E} H^*. \quad (12.5)$$

Для преобразования третьего члена (12.3) применим уравнение (11.3) при  $\rho = 0$ :

$$\int_{\tau} H^* \text{div} \vec{E} d\tau = \int_{\tau} H^* \frac{\partial B^*}{\partial t} d\tau.$$

Объединив два последних члена (12.3), получим слагаемое:

$$\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} \int_{\tau} (\vec{E} \cdot \vec{D} + \vec{H} \cdot \vec{B} + H^* B^*) d\tau, \quad (12.6)$$

характеризующее изменение полной энергии электромагнитного поля, плотность которой определяется выражением:

$$w = \frac{1}{2} (\vec{E} \cdot \vec{D} + \vec{H} \cdot \vec{B} + H^* B^*). \quad (12.7)$$

Это выражение удовлетворяет условию положительной определенности, необходимому для энергетической функции. С учетом (12.5) - (12.7) из (12.3) получим закон сохранения электромагнитной энергии в обобщенном виде:

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -Q - \int_s \vec{p} \cdot d\vec{S}. \quad (12.11)$$

По своей форме и смыслу он не отличается от известного частного случая, но, кроме переноса энергии в направлении перпендикулярном векторам  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$ , он учитывает и перенос энергии в направлении вектора  $\vec{E}$ .

### 13. Граничные условия

На границах раздела сред с различными свойствами величины  $\varepsilon', \mu', \sigma$  терпят разрыв. Сформулируем граничные условия для всех шести величин, характеризующих электромагнитное поле в макроскопической теории:  $\vec{E}, \vec{D}, \vec{H}, \vec{B}, H^*, B^*$ .

Из уравнения (11.4), как известно, вытекают условия для нормальной составляющей векторов  $\vec{B}$  и  $\vec{H}$ :

$$B_{2n} = B_{1n}, \quad \mu'_2 H_{2n} = \mu'_1 H_{1n}. \quad (13.1)$$

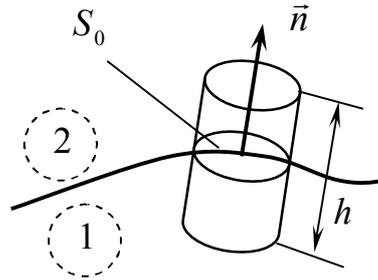


Рис. 47а

При помощи уравнения (11.3) получим условия для нормальных составляющих векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{D}$ . В результате интегрирования (11.3) по объему  $\tau$  малого цилиндра, пересекаемого границей раздела сред (рис. 47а), после преобразований получим:

$$(D_{2n} - D_{1n})S_0 = q + \varepsilon'_1 \varepsilon_0 \int_{\tau_1} \frac{\partial B_1^*}{\partial t} d\tau + \varepsilon'_2 \varepsilon_0 \int_{\tau_2} \frac{\partial B_2^*}{\partial t} d\tau, \quad (13.2)$$

где  $S_0$  - площадь поверхности раздела сред, находящаяся внутри цилиндра,  $\tau_1, \tau_2$  - объемы частей выделенного цилиндра соответственно в первой и второй среде.

В предельном случае, когда высота цилиндра стремится к нулю, условие (13.2) записывается в виде:

$$D_{2n} - D_{1n} = \delta_{эф}, \quad (13.3)$$

где  $\delta_{\text{эф}} = \delta + \frac{\varepsilon'_1 \varepsilon_0}{S_0} \int_{\tau_1} \frac{\partial B_1^*}{\partial t} d\tau + \frac{\varepsilon'_2 \varepsilon_0}{S_0} \int_{\tau_2} \frac{\partial B_2^*}{\partial t} d\tau$  - поверхностная плотность эффективного заряда, которая складывается из плотности обычного электрического заряда  $\delta$  и плотности зарядов, наведенных нестационарным СМП в первой и второй средах.

Для нормальной составляющей вектора  $\vec{E}$  соответственно имеем:

$$\varepsilon'_2 \varepsilon_0 E_{2n} - \varepsilon'_1 \varepsilon_0 E_{1n} = \delta_{\text{эф}}. \quad (13.4)$$

Из уравнения (11.2) вытекают известные условия для тангенциальных составляющих векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{D}$ :

$$E_{2\zeta} - E_{1\zeta} = 0, \quad \varepsilon'_1 D_{2\zeta} - \varepsilon'_1 D_{1\zeta} = 0. \quad (13.5)$$

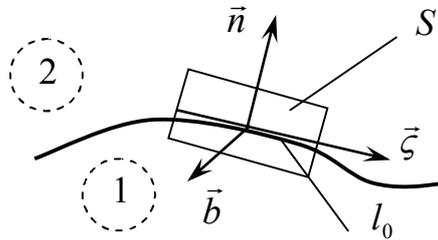


Рис. 47б

Умножим уравнение (11.1) скалярно на  $d\vec{S}_b$  - элемент поверхности малого прямоугольного контура, расположенного перпендикулярно поверхности раздела сред (рис. 47б):

$$\text{rot}\vec{H} \cdot d\vec{S}_b + \text{grad}H^* \cdot d\vec{S}_b = \left( \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{S}_b.$$

В результате интегрирования по поверхности контура, получим:

$$\int_S \text{rot}\vec{H} \cdot d\vec{S}_b + \int_S \text{grad}H^* \cdot d\vec{S}_b = \int_S \left( \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{S}_b. \quad (13.6)$$

В предельном случае, когда контур сжимается в линию длины  $l_0$ , первый интеграл в левой части преобразуется к разности тангенциальных составляющих вектора  $\vec{H}$  в двух средах:

$$\int_S \text{rot}\vec{H} \cdot d\vec{S}_b = (H_{2\zeta} - H_{1\zeta}) l_0. \quad (13.7)$$

Правая часть (13.6) определяет поверхностный ток, текущий по границе раздела сред в направлении  $\vec{b}$ , перпендикулярном плоскости выделенного контура:

$$i_b = \frac{1}{l_0} \int_S \left( \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{S}.$$

Такой ток создает векторное магнитное поле, причем  $\vec{H}_1$  и  $\vec{H}_2$  направлены взаимно противоположно по разные стороны границы раздела сред, что соответствует (13.7). Исходя из представлений о распределении СМП (рис. 12), можно заключить, что значение напряженности СМП такого тока в обеих средах одинаково, следовательно:

$$\int_S \text{grad}H^* \cdot d\vec{S}_\zeta = 0.$$

Тогда из (13.6) получим обычное условие для тангенциальной составляющей вектора напряженности:

$$H_{2\zeta} - H_{1\zeta} = i_b, \quad (13.8)$$

Выделим малый прямоугольный участок поверхности раздела сред площади  $S$ , расположенный в плоскости, образованной векторами  $\vec{\zeta}$  и  $\vec{b}$ . Элемент этого участка  $d\vec{S}_n$  совпадает по направлению с нормалью к границе раздела сред.

Умножим уравнение (11.1) скалярно на  $d\vec{S}_n$ :

$$\text{rot}\vec{H} \cdot d\vec{S}_n + \text{grad}H^* \cdot d\vec{S}_n = \left( \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{S}_n.$$

После интегрирования в правой части получим ток, текущий через границу раздела сред по нормали к ней:

$$J_\perp = \int_S \left( \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{S}_n.$$

Напряженность векторного магнитного поля, созданного таким током по обе стороны границы раздела сред, является одинаковой, т.е.:

$$\int_S \text{rot}\vec{H} \cdot d\vec{S}_n = 0.$$

Однако такой ток создает СМП, градиент которого совпадает с нормалью к границе раздела сред, поэтому в предельном случае, когда прямоугольный участок вырождается в линию длины  $l_0$ , получим:

$$\int_S \text{grad}H^* \cdot d\vec{S}_n = (H_2^* - H_1^*)l_0.$$

Следовательно

$$(H_2^* - H_1^*)l_0 = J_n,$$

или

$$H_2^* - H_1^* = i_n, \quad (13.9)$$

где  $i_n = \frac{J}{l_0}$  - поверхностная плотность тока, текущего нормально к границе

раздела сред. Следовательно, напряженность СМП одинакова в обеих средах, если через границу раздела сред ток не течет.

Соответственно для индукции СМП получим условие:

$$\frac{B_2^*}{\mu_2' \mu_0} - \frac{B_1^*}{\mu_1' \mu_0} = i_n. \quad (13.11)$$

Из закона Ома в форме (11.9) вытекает условие для тангенциальной составляющей плотности тока:

$$\frac{j_{2\zeta}}{j_{1\zeta}} = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}. \quad (13.11)$$

Из уравнения неразрывности (11.11) получим граничное условие для нормальной составляющей плотности тока. Проинтегрируем (11.11) по объему малого цилиндра, расположенного на границе раздела сред (рис. 46):

$$\int_{\tau} \operatorname{div} \vec{j} d\tau = - \int_{\tau} \frac{\partial \rho}{\partial t} d\tau - \int_{\tau} \frac{\partial^2 B^*}{\partial t^2} d\tau.$$

В результате преобразования левой части в предельном случае, когда боковая поверхность цилиндра стремится к нулю, имеем:

$$\int_{\tau} \operatorname{div} \vec{j} d\tau = (j_{2n} - j_{1n}) S_0.$$

Правую часть с учетом (11.10) представим в виде:

$$- \int_{\tau} \frac{\partial \rho}{\partial t} d\tau - \varepsilon' \varepsilon_0 \int_{\tau} \frac{\partial^2 B^*}{\partial t^2} d\tau = - \frac{\partial}{\partial t} \left( \int_{\tau} \rho d\tau + \varepsilon' \varepsilon_0 \int_{\tau} \frac{\partial B^*}{\partial t} d\tau \right) = - \frac{\partial q_{\text{эф}}}{\partial t}.$$

Окончательно имеем:

$$j_{2n} - j_{1n} = - \frac{\partial \delta_{\text{эф}}}{\partial t}. \quad (13.12)$$

Таким образом, нормальная составляющая плотности тока на границе раздела сред терпит разрыв не только при наличии на ней изменяющейся плотности электрических зарядов, но и в случае присутствия нестационарного СМП

$\left( \frac{\partial^2 B^*}{\partial t^2} \neq 0 \right).$

## 14. Симметрия и инвариантность

Суть электродинамики заключается во взаимных превращениях электрического и магнитного полей. Обычно представляют электрическое и магнитное поля как два равнозначных объекта с симметричными свойствами. Попытки построить полностью симметричную электродинамику предпринимались неоднократно, например, в монографии Lindell I.V. [74]. При этом возникает необходимость вводить в рассмотрение магнитные заряды (монополи), которые, как известно, не обнаружены. На наш взгляд при рассмотрении этого вопроса нельзя забывать о физической сути магнитного поля, о чем шла речь в главе 5.

Если оставаться *в рамках классической электродинамики*, взаимные превращения электрического и магнитного полей в отсутствие токов проводимости описываются уравнениями:

$$\operatorname{rot}\vec{H} = \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}, \quad (14.1)$$

$$\operatorname{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}. \quad (14.2)$$

Закон электромагнитной индукции, выраженный уравнением (14.2), в условно неподвижной системе отсчета можно записать, как известно, и в виде:

$$\oint\vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{\partial\Phi_B}{\partial t}, \quad (14.3)$$

где  $\Phi_B = \int\vec{B} \cdot d\vec{S}$  - магнитный поток.

Обратное явление: образование вихревого магнитного поля за счет изменения электрического поля, можно назвать, как предлагает Менде Ф.Ф. [35], *магнитоэлектрической индукцией*. Действительно по аналогии с (14.3) в условно неподвижной системе отсчета можно записать:

$$\oint\vec{H} \cdot d\vec{l} = -\frac{\partial\Phi_D}{\partial t}, \quad (14.4)$$

где  $\Phi_D = \int\vec{D} \cdot d\vec{S}$  - электрический поток.

Для описания магнитного поля вводится магнитный векторный потенциал:

$$\vec{B} = \operatorname{rot}\vec{A}. \quad (14.5)$$

По аналогии можно ввести и электрический векторный потенциал  $\vec{M}$  [35]:

$$\vec{D} = \operatorname{rot}\vec{M}. \quad (14.6)$$

Соображения симметрии требуют помимо электрического скалярного потенциала  $\varphi$ , ввести еще и магнитный скалярный потенциал. Обозначим его  $\psi$ . Таким образом, описание электромагнитного поля можно представить с помощью двух четырехмерных векторов:  $(\vec{A}, \varphi)$  и  $(\vec{M}, \psi)$ . При этом характеристики электромагнитного поля при условии неподвижности сред выражаются через компоненты этих векторов:

$$\vec{E} = -grad\varphi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}, \quad \vec{H} = -grad\psi - \frac{\partial \vec{M}}{\partial t}. \quad (14.7)$$

Заметим, что такое представление вектора  $\vec{H}$  допускает наличие его потенциальной компоненты, а, следовательно, нужны «магнитные заряды» - монополи. Поскольку они не обнаружены и, как показано в главе 5, сама природа магнитного поля не предполагает их наличия, в макроскопической теории, очевидно, требуется ввести условие, исключающее потенциальную компоненту вектора  $\vec{H}$ :

$$\frac{\partial \vec{M}_{\rightarrow}}{\partial t} + grad\psi = 0, \quad (14.8)$$

где  $\vec{M}_{\rightarrow}$  - потенциальная составляющая вектора  $\vec{M}$ .

**В обобщенной электродинамике**, как показано нами, магнитный векторный потенциал  $\vec{A}$ , кроме соленоидальной, имеет и потенциальную компоненту, поэтому введено понятие СМП:

$$B^* = -div\vec{A}, \quad B^* = \mu_0 H^*.$$

Из соображений симметрии для описания электрического поля тоже требуется ввести две взаимосвязанные скалярные функции (скалярная индукция и скалярная напряженность электрического поля):

$$D^* = div\vec{M}, \quad D^* = \varepsilon_0 E^*.$$

Таким образом, для описания электромагнитного поля в общем случае используются два четырехмерных вектора:  $(\vec{H}, H^*)$  и  $(\vec{E}, E^*)$ . Этот вывод мы получили из соображений симметрии. Однако уравнения обобщенной электродинамики (11.1) – (11.4) не вполне симметричны и в них не содержится скалярная функция  $E^*$ . Дело в том, что эти уравнения описывают только макроскопические электродинамические явления. Следующий уровень обобщения теории возможен только в рамках квантовой электродинамики.

Дифференциальные уравнения обобщенной квантовой электродинамики получены Хворостенко Н.П. [36] в начале 90-х годов. Отказавшись от калибровок Фока-Подольского, он получил систему дифференциальных уравнений для электромагнитного поля с источниками, которую воспроизводим в обозначениях автора:

$$\text{rot}\vec{H} - \text{grad}E_0 = q_e\vec{I} + \frac{1}{c}\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}, \quad (14.9)$$

$$\text{rot}\vec{E} + \text{grad}H_0 = -q_m\vec{J} - \frac{1}{c}\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}, \quad (14.10)$$

$$\text{div}\vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial E_0}{\partial t} + q_e I_0, \quad (14.11)$$

$$\text{div}\vec{H} = -\frac{1}{c}\frac{\partial H_0}{\partial t} + q_m J_0. \quad (14.12)$$

Здесь  $(\vec{H}, H_0)$  и  $(\vec{E}, E_0)$  - 4-векторы напряженности магнитного и электрического полей соответственно,  $(\vec{I}, I_0)$  - 4-вектор плотности электрического тока и заряда,  $q_e = e$  - электрический заряд электрона,  $(\vec{J}, J_0)$  - 4-вектор аксиального тока,  $q_m$  - константа взаимодействия магнитного поля со спинорным полем электрона. Эти уравнения записаны в системе СГС с использованием безразмерной нормировки:

$$\vec{E} \rightarrow \left(\frac{\varepsilon}{\mu}\right)^{1/2} \vec{E}, \quad \vec{H} \rightarrow \left(\frac{\varepsilon}{\mu}\right)^{1/2} \vec{H}.$$

В статье [36] обоснованно вводятся в рассмотрение два 4-потенциала:  $(\vec{A}, A_0)$  и  $(\vec{M}, M_0)$ . В наших обозначениях соответственно  $A_0 \rightarrow \varphi$ ,  $M_0 \rightarrow \psi$ . Потенциал  $(\vec{M}, M_0)$  является специфичным для квантовой электродинамики, поскольку используется при описании взаимодействия электромагнитного поля со спинорным полем электронов [37]. Как видно из (14.12), в квантовой электродинамике используются понятия, аналогичные «монополям», которые являются источниками и стоками потенциального векторного магнитного поля. То есть условие (14.8) в квантовой теории не применяется, поэтому она обладает большей симметрией, чем макроскопическая электродинамика.

При рассмотрении процессов, учитывающих только токи проводимости (аксиальные токи отсутствуют), использовать потенциал  $(\vec{M}, M_0)$  не требуется. Заметим, что уравнения (14.9) - (14.12) совпадают с полученными нами уравнениями (11.1) - (11.4) при замене обозначений:  $E_0 \rightarrow -H^*$ ,  $H_0 \rightarrow E^*$ ,  $q_e\vec{I} \rightarrow \vec{j}$ ,  $q_e I_0 \rightarrow \rho$ , и условиях, исключающих квантовые явления:

$$H_0 = 0, \quad q_m = 0. \quad (14.13)$$

При переходе к размерным величинам видно, что  $\vec{H}$  и  $E_0$  (в обозначениях Хворостенко Н.П.) имеют одинаковую размерность -  $A/m$ , а  $\vec{E}$  и  $H_0$  измеряются в  $B/m$ . В связи с этим на наш взгляд 4-мерные векторы электромагнитного поля удобнее компоновать по признаку размерности:  $(\vec{H}, E_0)$

и  $(\vec{E}, H_0)$ . В наших обозначениях предлагается записывать:  $(\vec{H}, H^*)$  и  $(\vec{E}, E^*)$ . Как будет показано ниже тензоры электромагнитного поля образуются как магнитными, так и электрическими компонентами.

Очевидно, *первичными характеристиками при описании электродинамических процессов следует признать четырехмерные векторы  $(\vec{A}, \varphi)$  и  $(\vec{M}, \psi)$ . Они определяют состояние какого-то фундаментального материального объекта.* Характеристики электромагнитного поля представляют собой лишь пространственно-временные производные этих фундаментальных векторов. Кстати общие выражения для них имеют удивительно симметричный вид [36]:

$$\vec{H} = -\frac{\partial \vec{M}}{\partial t} + \frac{1}{\mu_0} \text{rot} \vec{A} - \text{grad} \psi, \quad H^* = -\varepsilon_0 \frac{\partial \varphi}{\partial t} - \frac{1}{\mu_0} \text{div} \vec{A}, \quad (14.14)$$

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \frac{1}{\varepsilon_0} \text{rot} \vec{M} - \text{grad} \varphi, \quad E^* = \mu_0 \frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon_0} \text{div} \vec{M}. \quad (14.15)$$

Условие (14.8) при этом сохраняется в рамках макроскопического подхода. Некоторое различие в знаках, нарушающее симметрию этих соотношений, объясняется лишь исторически сложившимся определением входящих величин.

Для описания макроскопических электродинамических явлений, как показано выше, достаточно использовать только представления о четырехмерном вектор-потенциале  $(\vec{A}, \varphi)$ . Поэтому в рамках макроскопической обобщенной теории используются соотношения:

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \text{rot} \vec{A}, \quad \vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \text{grad} \varphi, \quad (14.16)$$

$$H^* = -\varepsilon_0 \frac{\partial \varphi}{\partial t} - \frac{1}{\mu_0} \text{div} \vec{A}, \quad E^* = 0. \quad (14.17)$$

В классической электродинамике используются только соотношения (14.16). К ним обычно применяется градиентное преобразование:

$$\vec{A}' = \vec{A} + \text{grad} \chi, \quad \varphi' = \varphi - \frac{\partial \chi}{\partial t}, \quad (14.18)$$

где  $\chi(x, y, z, t)$  - произвольная скалярная координатно-временная функция. При этом характеристики вихревого магнитного поля  $\vec{B}$ ,  $\vec{H}$  и электрического поля  $\vec{E}$ ,  $\vec{D}$  оказываются инвариантными по отношению к преобразованию (14.18). В обычной электродинамике других характеристик электромагнитного поля нет, поэтому делается вывод о градиентной инвариантности электро-

магнитного поля в целом. Этот вывод служит основанием для введения калибровки Кулона и условия Лоренца. Никакого физического смысла преобразованию (14.18) обычно не придается.

Попытаемся выяснить физический смысл градиентного преобразования. Заметим, что за счет добавления к векторному потенциалу  $grad\chi$  изменяется его потенциальная часть, которая в обобщенной теории, как видно из первого соотношения (14.17), связана с СМП. Дополнительную потенциальную часть электродинамического потенциала можно обозначить:

$$\vec{a}_{\rightarrow} = grad\chi .$$

Изменение потенциальной части векторного поля без изменения его вихревой компоненты возможно только при переходе от условно неподвижной системы отсчета  $K$  к поступательно движущейся системе отсчета  $K'_n$ . Но при этом, очевидно, должна измениться и потенциальная часть электрического поля в направлении движения системы отсчета. Чтобы скомпенсировать это изменение, во второе соотношение (14.18) и вводится добавка  $\frac{\partial\chi}{\partial t}$  со знаком «минус». Изменяется ли реально скалярный потенциал  $\varphi$  при переходе от  $K$  к  $K'_n$ ? Известно [10], что заряд является релятивистки инвариантной величиной. Скалярный потенциал  $\varphi$  зависит от местоположения точки его определения и от величины заряда, следовательно, есть основание считать его во всех системах отсчета одинаковым (при скоростях движения  $K'_n$  существенно меньших скорости света). «Деформация» электрического поля при переходе к подвижной системе отсчета полностью учитывается векторным потенциалом  $\vec{A}$ .

Физические соображения подсказывают два возможных типа преобразований поля вектора  $\vec{A}$ : градиентное и вихревое. Градиентное преобразование соответствует переходу между поступательно движущимися системами отсчета (одну из них можно считать условно неподвижной). При вихревом преобразовании совершается переход от поступательно движущейся (или условно неподвижной) системы отсчета  $K$  – к вращающейся  $K'_{ep}$ .

Запишем градиентное преобразование:

$$\vec{A}' = \vec{A} + grad\chi . \quad (14.19)$$

Вычислим производную по времени в условно неподвижной системе отсчета  $K$ :

$$\frac{d\vec{A}'}{dt} = \frac{d\vec{A}}{dt} + \frac{dgrad\chi}{dt} .$$

В подвижной системе отсчета  $K'_n$  и между полной и локальной производными электродинамического потенциала имеется связь:

$$\frac{d'\vec{A}}{dt} = \frac{\partial\vec{A}}{\partial t} + (\vec{V}\nabla)\vec{A}_\rightarrow = \frac{\partial\vec{A}}{\partial t} + \vec{V}B^* .$$

Здесь учтено, что при переходе к поступательно движущейся системе отсчета конвективный член связан с потенциальной компонентой векторного потенциала.

Очевидно, что

$$\frac{d\vec{A}'}{dt} = \frac{d'\vec{A}}{dt} , \quad \frac{d\vec{A}}{dt} = \frac{\partial\vec{A}}{\partial t} ,$$

поэтому

$$\frac{\partial grad\chi}{\partial t} = \vec{V}B^* . \quad (19.20)$$

Применив (14.19) к соотношениям (14.16)-(14.17), соответственно получим:

$$\frac{1}{\mu_0} rot\vec{A}' = \frac{1}{\mu_0} rot\vec{A} , \quad \text{т. е. } \vec{H} = \vec{H}' , \quad (14.21)$$

$$-\frac{d'\vec{A}}{dt} - grad\varphi = -\frac{\partial\vec{A}}{\partial t} - \vec{V}B^* - grad\varphi , \quad \text{т.е. } \vec{E}'_\rightarrow \neq \vec{E}_\rightarrow , \quad \vec{E}'_0 = \vec{E}_0 . \quad (14.22)$$

$$-\varepsilon_0 \frac{\partial\varphi}{\partial t} - \frac{1}{\mu_0} div\vec{A}' = -\varepsilon_0 \frac{\partial\varphi}{\partial t} - \frac{1}{\mu_0} div\vec{A} - \frac{1}{\mu_0} div\vec{a}_\rightarrow , \quad \text{т.е. } H^* \neq H'^* . \quad (14.23)$$

Применим к соотношениям (14.16)-(14.17) вихревое преобразование:

$$\vec{A}' = \vec{A} + \vec{a}_0 , \quad (14.24)$$

где  $\vec{a}_0$  - вихревой вектор ( $div\vec{a}_0 = 0$ ), характеризующий изменение векторного потенциала при переходе к вращающейся системе отсчета  $K'_{ep}$ . Учтем, что в этом случае конвективный член связан с вихревой компонентой электродинамического потенциала соотношением:

$$\frac{d'\vec{A}}{dt} = \frac{\partial\vec{A}}{\partial t} + (\vec{V}\nabla)\vec{A}_0 = \frac{\partial\vec{A}}{\partial t} + \vec{V} \times \vec{B}$$

Получим:

$$\frac{1}{\mu_0} rot\vec{A}' = \frac{1}{\mu_0} rot\vec{A} + \frac{1}{\mu_0} rot\vec{a}_0 , \quad \text{т.е. } \vec{H}' \neq \vec{H} , \quad (14.25)$$

$$-\frac{d'\vec{A}}{dt} - grad\varphi = -\frac{\partial\vec{A}}{\partial t} - \vec{V} \times \vec{B} - grad\varphi , \quad \text{т.е. } \vec{E}'_0 \neq \vec{E}_0 , \quad \vec{E}'_\rightarrow = \vec{E}_\rightarrow , \quad (14.26)$$

$$-\varepsilon_0 \frac{\partial \varphi}{\partial t} - \frac{1}{\mu_0} \operatorname{div} \vec{A}' = -\varepsilon_0 \frac{\partial \varphi}{\partial t} - \frac{1}{\mu_0} \operatorname{div} \vec{A}, \text{ т.е. } H^* = H^*. \quad (14.27)$$

Физические соображения подсказывают, что при переходе к вращающейся системе отсчета должны измениться вихревые компоненты электромагнитного поля, что, и отражено в (14.25)-(14.26). Видно, что инвариантом вихревого преобразования является напряженность СМП  $H^*$  и потенциальная компонента электрического поля  $\vec{E}_\rightarrow$ , а вихревое магнитное поле  $\vec{H}$  и вихревая компонента электрического поля  $\vec{E}_0$  изменяются.

Рассмотрим случай, когда частица движется по вихревой линии поля вектора  $\vec{A}$ . С ней можно связать естественный трехгранник, который по отношению к лабораторной системе отсчета совершает сложное движение, состоящее из поступательной и вращательной компонент. На рис. 48 представлен случай круговых линий вектора  $\vec{A}$ . В этом частном случае вихревая компонента этого вектора при переходе к сопровождающей частицу системе отсчета полностью компенсируется добавкой  $\vec{a}_0$ , но возникает потенциальная составляющая  $\vec{a}_\rightarrow$ . Можно сказать, что в результате градиентно-вихревого преобразования произошла трансформация вихревого поля в потенциальное.

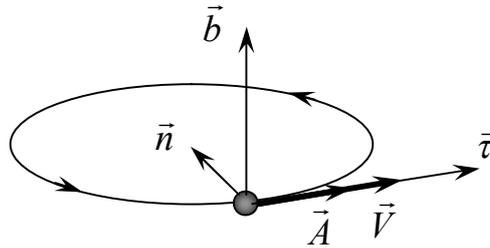


Рис. 48

Итак, можно сделать вывод: соотношение соленоидальной и потенциальной компонент электродинамического вектора  $\vec{A}$  зависит от выбора системы отсчета. **В обобщенной электродинамике исчезает неоднозначность выбора потенциалов, и нет необходимости вводить калибровочные условия.**

В общем случае при переходе от лабораторной к произвольно движущейся системе отсчета электрическое поле преобразуется в соответствии с соотношением:

$$\vec{E}' = \vec{E} + \vec{V} \times \vec{B} + \vec{V} B^*. \quad (14.28)$$

Соотношение (14.28) можно вывести непосредственно из уравнений обобщенной электродинамики. Это будет сделано в главе 18 при рассмотрении квазистационарной теории.

Отметим, что следует различать проекции этого вектора на направление параллельное "||" скорости движения системы отсчета и перпендикулярное к нему "⊥":

$$\vec{E}'_{\parallel} = (\vec{E} + \vec{V}B^*)_{\parallel}, \quad \vec{E}'_{\perp} = (\vec{E} + \vec{V} \times \vec{B})_{\perp}. \quad (14.29)$$

Из (14.28) следует, что кроме поперечной силы Лоренца на движущуюся частицу заряда  $e$  действует продольная сила Николаева Г.В.:

$$\vec{F}^* = eB^* \cdot \vec{V}. \quad (14.30)$$

Она возникает за счет взаимодействия движущейся заряженной частицы с СМП. Полную магнитную силу, действующую на движущуюся заряженную частицу можно определять по формуле:

$$\vec{F}_{\text{ЭМ}} = e(\vec{E} + \vec{V} \times \vec{B} + \vec{V}B^*), \quad (14.31)$$

или в более общем виде с использованием электродинамического вектор-потенциала:

$$\vec{F}_{\text{ЭМ}} = e \left( -grad\varphi - \frac{d'\vec{A}_0}{dt} - \frac{d'\vec{A}_{\rightarrow}}{dt} \right). \quad (14.32)$$

Условно неподвижная система отсчета, в которой  $\vec{A} = 0$  и  $\frac{d'\vec{A}}{dt} = 0$ , очевидно, является в некотором смысле особенной: в ней магнитного поля нет, все источники, создающие электрическое поле неподвижны. Заряд  $e$ , пролетающий в электростатическом поле, не испытывает действия магнитных сил. На проводник с током со стороны внешнего электростатического поля сила тоже не действует. Однако можно создать условия, при которых в некоторой области пространства магнитного поля нет, а поле вектора  $\vec{A}$  присутствует. Такие условия имеют место, например, в эксперименте Ааронова-Бома [44-47]. Следовательно, формула (14.32) намного содержательнее, чем (14.31). Из нее следует важное физическое значение вектора  $\vec{A}$ , о чем пойдет речь в заключительной части монографии. Кстати, полученный вывод совпадает с предположениями Докторовича З.И. и Менде Ф.Ф., приведенными в конце главы 11.

На основе уравнений (11.1) – (11.2) можно составить тензор:

$$\tilde{h}_{\mu\nu} = \left\{ \begin{array}{cccc} H^* & H_z & -H_y & -icD_x \\ -H_z & H^* & H_x & -icD_y \\ H_y & -H_x & H^* & -icD_z \\ icD_x & icD_y & icD_z & -iH^* \end{array} \right\}. \quad (14.33)$$

Совокупность уравнений (11.3)-(11.4) сводятся к тензору:

$$\tilde{b}_{\mu\nu} = \begin{Bmatrix} cB^* & cB_z & -cB_y & -iE_x \\ -cB_z & cB^* & cB_x & -iE_y \\ cB_y & -cB_x & cB^* & -iE_z \\ iE_x & iE_y & iE_z & -icB^* \end{Bmatrix}. \quad (14.34)$$

Отличие этих тензоров от применяемых в обычной электродинамике заключается в том, что диагональные компоненты не равны нулю.

Между компонентами тензоров (14.33) и (14.34) устанавливается связь:

$$\tilde{h}_{\mu\nu} = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \cdot \tilde{b}_{\mu\nu}, \quad (\mu, \nu = 1, 2, 3, 4).$$

В главе 11 введено понятие эффективного электрического заряда плотности:

$$\rho_{\text{эф}} = \rho + \varepsilon' \varepsilon_0 \frac{\partial B^*}{\partial t}.$$

Проверим его инвариантность. Введем понятие четырехмерной плотности тока с компонентами:

$$\tilde{J}_1 = \rho_{\text{эф}} V_x, \quad \tilde{J}_2 = \rho_{\text{эф}} V_y, \quad \tilde{J}_3 = \rho_{\text{эф}} V_z, \quad \tilde{J}_4 = ic\rho_{\text{эф}}.$$

Запишем уравнение неразрывности (11.11) в тензорной форме:

$$\frac{\partial \tilde{J}_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \tilde{J}_2}{\partial x_2} + \frac{\partial \tilde{J}_3}{\partial x_3} + \frac{\partial \tilde{J}_4}{\partial x_4} = 0, \quad (14.35)$$

где  $x_1 = x$ ,  $x_2 = y$ ,  $x_3 = z$ ,  $x_4 = ict$ .

Пусть эффективный заряд покоится в поступательно движущейся системе отсчета  $K'_n$ :

$$\tilde{J}'_1 = 0, \quad \tilde{J}'_2 = 0, \quad \tilde{J}'_3 = 0, \quad \tilde{J}'_4 = ic(\rho_{\text{эф}})_0.$$

В лабораторной системе отсчета, ось  $x$  которой совпадает с направлением движения  $K'_n$ , заряд движется со скоростью  $\vec{V}$  вдоль оси  $x$ . Используем известные преобразования специальной теории относительности [8]:

$$\tilde{J}_1 = \frac{(\rho_{\text{эф}})_0 V}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}, \quad \tilde{J}_2 = \tilde{J}'_2, \quad \tilde{J}_3 = \tilde{J}'_3, \quad \tilde{J}_4 = \frac{ic(\rho_{\text{эф}})_0}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}.$$

Из этих формул следует, что

$$\rho_{\text{эф}} = \frac{(\rho_{\text{эф}})_0}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}. \quad (14.36)$$

Объем, в котором находится эффективный заряд, тоже преобразуется при переходе от неподвижной системе отсчета к движущейся:

$$d\tau' = d\tau_0 \sqrt{1 - V^2/c^2},$$

поэтому

$$dq_{\text{эф}} = \rho_{\text{эф}} d\tau' = (\rho_{\text{эф}})_0 d\tau_0 = d(q_{\text{эф}})_0.$$

То есть эффективный заряд является инвариантом, он не зависит от выбора системы отсчета и с ним можно обращаться как с обычным электрическим зарядом.

Естественно встает вопрос об инвариантности уравнений обобщенной электродинамики по отношению к преобразованиям Лоренца. В следующей главе будет показано, что в обобщенной электродинамике потенциалы  $\vec{A}$  и  $\varphi$  удовлетворяют уравнениям Даламбера. Известно [13], что это достаточный признак инвариантности исходных уравнений (11.1) - (11.4) относительно преобразований Лоренца. Таким образом, **обобщенная электродинамика является релятивистски инвариантной теорией.**

### III. ОБОБЩЕННАЯ ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

#### 15. Волновые уравнения

Запишем уравнение (11.2) в виде:

$$\text{rot} \left( \vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = 0.$$

Отсюда следует известная связь напряженности электрического поля со скалярным и векторным потенциалами:

$$\vec{E} = -\text{grad}\varphi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}. \quad (15.1)$$

Уже из этого соотношения видно, что вектор  $\vec{A}$  может иметь потенциальную компоненту  $\vec{A}_{\rightarrow}$ . Если выделить потенциальную и вихревую составляющие электрического поля, получим:

$$\vec{E}_{\rightarrow} = -\text{grad}\varphi - \frac{\partial \vec{A}_{\rightarrow}}{\partial t}, \quad \vec{E}_0 = -\frac{\partial \vec{A}_0}{\partial t}. \quad (15.2)$$

Значит в классической электродинамике потенциальная компонента  $\vec{A}_{\rightarrow}$  явно присутствует. Но в волновых дифференциальных уравнениях она исключается при помощи условия Лоренца:

$$\text{div}\vec{A} + \mu'\mu_0\varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0.$$

Вопрос о его физическом смысле обычно не ставится. Если же попытаться этот смысл выяснить, то неизбежно придется принять во внимание, что здесь  $\text{div}\vec{A} \neq 0$ , и возникнет необходимость рассматривать все, что связано с потенциальной компонентой вектора  $\vec{A}$ , т.е. СМП.

Если же записать соотношение:

$$H^*(x', y', z', t) = -\frac{1}{\mu'\mu_0} \text{div}\vec{A}_{\rightarrow} - \varepsilon'\varepsilon_0 \frac{\partial \varphi}{\partial t} = -\frac{1}{\mu'\mu_0} \text{div}\vec{A} - \varepsilon'\varepsilon_0 \frac{\partial \varphi}{\partial t}, \quad (15.3)$$

то появляется возможность учесть скалярную компоненту магнитного поля и, используя полученную теорию, проверить реальное существование СМП. Заметим, что в стационарном случае (15.3) совпадает с (2.3).

Подставив в (11.1) выражение (15.3), с учетом (15.1) получим:

$$\frac{1}{\mu'\mu_0} \text{rotrot}\vec{A} - \frac{1}{\mu'\mu_0} \text{graddiv}\vec{A} - \varepsilon'\varepsilon_0 \text{grad} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = j - \varepsilon'\varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \left( \text{grad}\varphi + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right).$$

В результате приходим к уравнению Даламбера для векторного потенциала:

$$\Delta \vec{A} - \varepsilon' \varepsilon_0 \mu' \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = -\mu' \mu_0 \vec{j}. \quad (15.4)$$

Расщепить (15.4) на два отдельных уравнения для вихревой и потенциальной компонент вектора  $\vec{A}$  не представляется возможным, так как электрический ток одновременно порождает ту и другую.

Аналогично, преобразовав (11.3) с учетом (15.1) и (15.3), получим волновое уравнение для скалярного потенциала:

$$\Delta \varphi - \mu' \mu_0 \varepsilon' \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon' \varepsilon_0}. \quad (15.5)$$

Таким образом, процесс излучения электромагнитных волн в обобщенной электродинамике, как и в традиционной, описывается двумя волновыми уравнениями, записанными соответственно для векторного и скалярного потенциалов. **Потенциалы  $\vec{A}$  и  $\varphi$  образуют единый 4-мерный вектор-потенциал  $(\vec{A}, \varphi)$ , свойства которого объясняют все макроскопические электродинамические явления.** Но в отличие от известной ограниченной теории, эти уравнения описывают возникновение электромагнитного поля, которое состоит из двух магнитных составляющих (векторной и скалярной), и характеризуется 4-мерным вектором  $(\vec{H}, H^*)$ .

На этом этапе исследования становится понятным, что **использование калибровки Кулона в магнитоэлектродинамике и условия Лоренца в электродинамике привело к ограничению теории и исключению из рассмотрения СМП**, а, следовательно, и всех явлений, которые с ним связаны. Как уже было сказано выше, эти условия закрыли путь к созданию теории поля электродинамических систем.

Получим волновые уравнения для электромагнитного поля с источниками на основе (11.1) – (11.4). Применяв оператор  $\partial/\partial t$  к уравнению (11.1), после преобразований с учетом (11.2) и (11.3) имеем:

$$\Delta \vec{E} - \mu' \mu_0 \varepsilon' \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \mu' \mu_0 \frac{\partial \vec{j}}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon' \varepsilon_0} \text{grad} \rho. \quad (15.6)$$

Поскольку потенциальное электрическое поле порождается электрическими зарядами, а вихревое связано с замкнутыми электрическими токами, то возможно расщепление (15.6) на два независимых уравнения:

$$\Delta \vec{E}_{\rightarrow} - \mu' \mu_0 \varepsilon' \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}_{\rightarrow}}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon' \varepsilon_0} \text{grad} \rho, \quad (15.7)$$

$$\Delta \vec{E}_0 - \mu' \mu_0 \varepsilon' \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}_0}{\partial t^2} = \mu' \mu_0 \frac{\partial \vec{j}}{\partial t}. \quad (15.8)$$

Вычислив производную по времени от уравнения (11.2), с учетом (11.1), получим волновое уравнение для вектора  $\vec{H}$  :

$$\Delta \vec{H} - \varepsilon' \varepsilon_0 \mu' \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = -\text{rot} \vec{j}. \quad (15.9)$$

На основе уравнений (15.8) и (15.9) объясняется известный механизм излучения поперечных электромагнитных волн.

Аналогичным образом, преобразовав (11.3) с учетом (11.1), получим волновое уравнение для скалярной функции  $H^*$  :

$$\Delta H^* - \varepsilon' \varepsilon_0 \mu' \mu_0 \frac{\partial^2 H^*}{\partial t^2} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} \vec{j}. \quad (15.10)$$

То есть, если в некоторой точке электропроводной среды происходит изменение электрического заряда, она является источником или стоком электрического тока, который порождает в смежных точках пространства СМП. Заметим, что величины, стоящие в (15.10) справа и слева относятся к различным точкам пространства, поэтому, применив уравнение неразрывности (11.11), получим дифференциальное уравнение, в котором второй член, стоящий в левой части, не компенсируется аналогичным правым членом, так как они характеризуют поле в различных точках пространства:

$$\Delta H^*(x', y', z', t) - \varepsilon' \varepsilon_0 \mu' \mu_0 \frac{\partial^2 H^*(x', y', z', t)}{\partial t^2} = -\varepsilon' \varepsilon_0 \frac{\partial^2 B^*(x, y, z, t)}{\partial t^2}. \quad (15.11)$$

На основе дифференциальных уравнений (15.7) и (15.10) объясняется механизм излучения продольных электромагнитных волн.

## 16. Продольные электромагнитные волны

Как показано выше, обобщенная электродинамика (макроскопическая теория) указывает на **два типа электромагнитных волн: поперечные и продольные**. Первый тип волн давно известен и хорошо исследован. Второй тип волн почти не исследован, хотя публикаций о продольных электромагнитных волнах много. Анализ литературных источников по этому вопросу произведем позднее. Однако сразу отметим, что под термином «продольные электромагнитные волны» в классической электродинамике понимают некоторую составляющую не плоской волны, определяемой вихревыми векторами  $\vec{E}_0$  и  $\vec{H}$ . Продольные составляющие обычной электромагнитной волны образуются, например, при ее распространении в волноводах. Это явление не выходит за рамки традиционной электродинамики и хорошо изучено. В зарождающейся обобщенной электродинамике для обозначения второго типа волн тоже имеется необходимость воспользоваться термином

«*продольные электромагнитные волны*», но смысл его отличается от понятия применяемого в традиционной теории. *Под продольными электромагнитными волнами будем понимать волны образованные в результате изменения вектора  $\vec{E}_{\rightarrow}$  и скалярной функции  $H^*$* . Поскольку эти волны распространяются в направлении вектора  $\vec{E}_{\rightarrow}$ , их следует называть *E*-волнами.

На основе изложенной выше теории можно объяснить механизм возникновения и распространения продольных электромагнитных *E*-волн. Рассмотрим случай, когда используется вибратор Герца, то есть магнитное поле создается прямолинейным переменным импульсом тока  $\vec{j}(t)$  (рис. 44). Поскольку проводник с током имеет конечную длину, кроме векторного магнитного поля, создается СМП. Пусть ток возрастает, следовательно, индукция СМП увеличивается. Рассмотрим поле вблизи точек *A* и *B*, совпадающих с концами токового отрезка. Вблизи точки *A* создается отрицательное возрастающее СМП  $\left(\frac{\partial B^*}{\partial t} < 0\right)$ . Следовательно, в это время в точке *A* образуется сток электрического поля. Вблизи точки *B* создается положительное СМП, которое возрастает  $\left(\frac{\partial B^*}{\partial t} > 0\right)$ , следовательно, здесь имеется источник электрического поля. На рис. 49а стоки изображены черными точками, а источники – белыми. Обратим внимание на *аналог правила Ленца, согласно которому электрическое поле, индуцированное на участке *AB*, направлено против исходного тока, и стремится скомпенсировать его возрастание*.

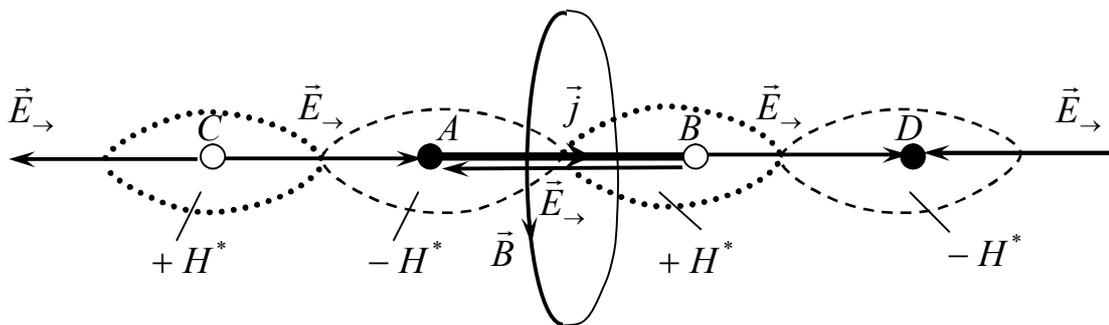


Рис. 49а

Векторы потенциального электрического поля  $\vec{E}_{\rightarrow}$  в точках *A* и *B* направлены во все стороны, поэтому, вообще говоря, фронт распространения продольной электромагнитной волны вблизи каждой из точек *A* и *B* близок к сферическому. На рисунке в точках *A* и *B* изображены только векторы  $\vec{E}_{\rightarrow}$ , направленные вдоль линии исходного тока  $\vec{j}$ . В некоторых точках *C* и *D* соответственно образуются источник и сток электрического поля. Электрические поля с центрами в точках *C* и *D* возникают с некоторым запаздывани-

ем по отношению к полям с центрами точках  $A$  и  $B$ , поскольку электромагнитная волна распространяется с конечной скоростью.

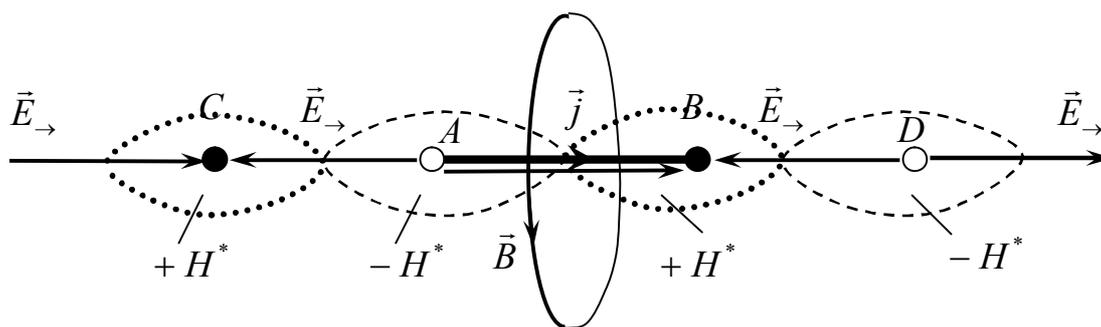


Рис. 49б

Пусть теперь ток в проводнике  $AB$ , сохраняя прежнее направление, уменьшается по величине, соответственно СМП, созданное им вблизи точек  $A$  и  $B$  тоже уменьшается. При этом в точке  $A$  образуется источник поля вектора  $\vec{E}_\rightarrow$ , а в точке  $B$  – сток (рис. 49б). В точках  $C$  и  $D$ , спустя некоторое время, возникнут соответственно сток и источник поля  $\vec{E}_\rightarrow$ .

Далее следует рассмотреть еще два временных интервала, каждый из которых соответствует четверти периода изменения направления тока в отрезке  $AB$ . Когда ток, текущий в направлении от  $B$  к  $A$ , возрастает в точке  $A$  образуется источник, а в точке  $B$  – сток. Затем, когда ток убывает, в точке  $A$  возникает сток, а в точке  $B$  – источник. Таким образом, происходит генерация и распространение переменного электромагнитного поля, определяемого скалярной величиной  $B^*(t)$  и векторной  $\vec{E}_\rightarrow$ . Распространение этой волны происходит в направлении вектора  $\vec{E}_\rightarrow$ , следовательно, образуется продольная электромагнитная волна.

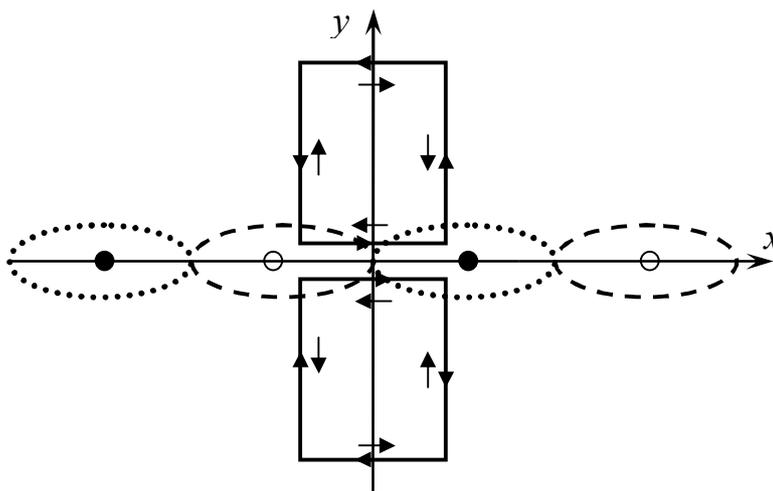


Рис. 49в

В главе 5 рассмотрены электрические системы, создающие СМП. Любая из них может служить в качестве антенны, генерирующей или принимающей продольные электромагнитные волны. Рассмотрим процесс генерации продольной электромагнитной волны на примере двойного электрического кон-

тура (рис.49в). Пусть по каждой из частей контура пропускается синхронизированный по частоте и фазе переменный электрический ток. При этом создается переменное СМП, а, следовательно, генерируется продольная электромагнитная волна.

Наоборот, когда такая электропроводная система находится в области распространения продольной электромагнитной волны, в замкнутых электропроводных контурах создаются синхронизированные по фазе и частоте токи, то есть происходит прием электромагнитного сигнала. Следовательно, принципиальное устройство генератора (излучающей антенны) и приемника (принимающей антенны) одинаково.

На рис. 49в изображена только волна, распространяющаяся вдоль оси  $Ox$ , однако, двухконтурная антенна, создает продольные электромагнитные волны, идущие во все стороны. Очевидно, в произвольной точке пространства образуется весьма сложная суперпозиция продольных электромагнитных волн. Кроме продольных, такая антенна создает и обычные поперечные электромагнитные волны.

В качестве антенн, генерирующих и принимающих преимущественно продольные электромагнитные волны, следует использовать тороиды. Как известно, вихревое магнитное поле создается внутри обмотки тороида и поперечные электромагнитные волны практически не излучаются. Скалярное магнитное поле создается вне тороида, и при пропускании по нему переменного электрического тока, индуцируются  $E$ -волны. Очевидно, именно тороидальные антенны могут стать в последствие основным элементом новой теле- и радиотехники.

Идея простейшего эксперимента по генерации и приему продольных электромагнитных волн представлена на рис. 50 .

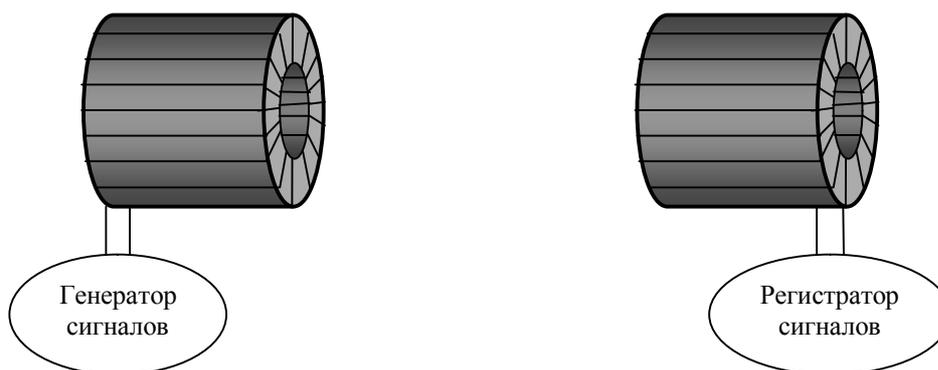


Рис. 50

Как отмечено выше, продольные и поперечные электромагнитные волны неразрывно связаны и порождают друг друга. Механизм этой взаимосвязи представлен на рис. 51. Пусть вдоль оси  $x$  распространяется поперечная электромагнитная волна. При этом вокруг каждой магнитной силовой линии  $\vec{B}$  образуется тороидальная электрическая система, состоящая из силовых линий вихревого поля  $\vec{E}_o$  (рис. 51а).

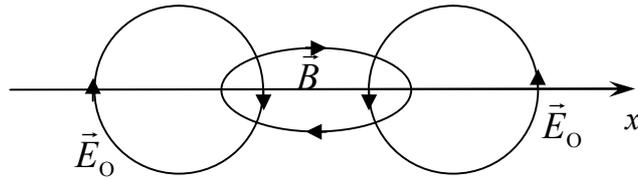


Рис. 51а

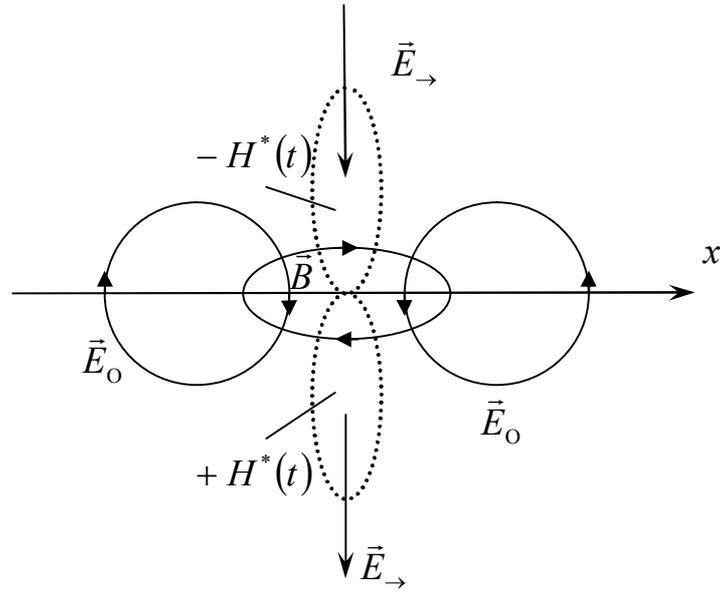


Рис. 51б

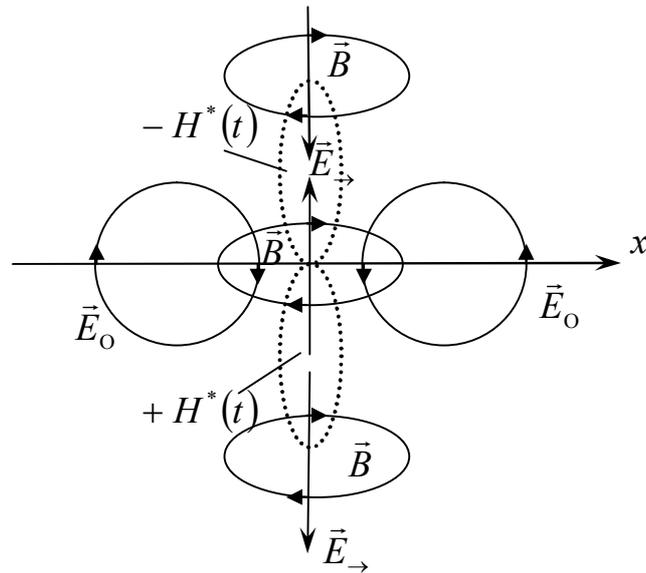


Рис.51в

Тороидальная электрическая система индуцирует СМП ( $H^*$ ), которое в данном случае является нестационарным и имеет градиент, ориентированный перпендикулярно к направлению распространения поперечной волны (рис. 51б). В нестационарном СМП, создаются источники и стоки потенциального

электрического поля  $\vec{E}_{\rightarrow}$ . В свою очередь потенциальное электрическое поле  $\vec{E}_{\rightarrow}$  порождает вихревое магнитное поле  $\vec{B}$ , то есть создается поперечная электромагнитная волна, распространяющаяся в направлении перпендикулярном  $\vec{E}_{\rightarrow}$ , то есть параллельно оси  $x$  (рис. 51в). Таким образом, поперечные и продольные электромагнитные волны неразрывно связаны и образуют единый процесс.

Очевидно, процесс взаимных преобразований составляющих электромагнитного поля происходит с некоторым запаздыванием, то есть характеристики продольной волны смещены по времени относительно характеристик поперечной волны. Справедливо предположить, что поперечные и продольные волны изменяются по противофазным законам. Это же подсказывают энергетические соображения, вытекающие из идеи взаимных преобразований продольных и поперечных волн. При таком подходе устраняется парадокс, возникающий при рассмотрении отдельно взятой поперечной электромагнитной волны, о котором говорится, например, в статье [34]. Суть парадокса заключается в том, что векторы  $\vec{E}_0$  и  $\vec{B}$  синфазны, то есть энергия электрического и магнитного полей одновременно проходят через максимум и одновременно обращаются в ноль. Следовательно, никакого взаимного преобразования вихревого электрического и вихревого магнитного полей в пространстве и времени не происходит. Классическая теория, использующая только поперечные электромагнитные волны, не способна описать механизм переноса электромагнитной энергии.

В статье Сидоренкова В.В. [43] предпринята попытка, решить этот парадокс в рамках классических представлений, с применением «эвристического кардинального подхода». Автор статьи считает, что процесс взаимных преобразований энергии при волновом процессе предполагает наличие двух равноправных взаимодействующих материальных объектов: вихревого электромагнитного поля и поля вихревого векторного потенциала. Характеристики этих полей изменяются в противофазе, перекачивая энергию от одного объекта к другому и обратно. Энергетическая проблема при таком подходе как бы решается. Однако Сидоренков В.В. справедливо отмечает, что поле векторного потенциала напрямую экспериментально не обнаружено. На наш взгляд его и невозможно зарегистрировать «напрямую», аргументы в пользу такого вывода представлены в заключительной главе. Механические аналогии нам подсказывают, что для возникновения и распространения волнового процесса достаточно одного материального объекта (пример - упругая среда), а сам процесс всегда имеет две стороны и, соответственно, две характеристики энергии: потенциальную и кинетическую.

Кроме того, в пользу теории, описывающей электромагнитную волну как процесс взаимного преобразования поперечных и продольных волн, свидетельствует способ излучения и приема электромагнитных сигналов при помощи линейного вибратора Герца. Импульс тока, пробегающий (в момент излучения или приема сигнала) по проводнику конечной длины не что иное,

как  $E$ -волна. В случае излучения эта  $E$ -волна генерирует вихревое электромагнитное поле, в случае приема сигнала, наоборот, за счет поперечной электромагнитной волны в проводнике создается потенциальное электрическое поле, то есть продольная  $E$ -волна.

В качестве генератора продольных электромагнитных волн можно использовать магнит Николаева, вращающийся вокруг оси, перпендикулярной к его плоскости. Действительно, как нами показано, магнитное поле такого магнита совпадает с полем незамкнутого токового отрезка конечной длины. В проекции на любое направление, перпендикулярное оси вращения, происходит как бы изменение моделирующего линейного тока по гармоническому закону, что приводит к излучению в этом направлении продольной электромагнитной волны. Поскольку все направления, перпендикулярные к оси вращения равноправны, образуется вращающаяся круговая электромагнитная волна. Этот процесс сопровождается образованием поперечной электромагнитной волны с круговой структурой.

Обратимся к публикациям, относящимся к проблеме продольных электромагнитных волн. Если исключить работы, в которых под продольными понимаются волны, определяемые вихревыми векторами  $\vec{E}_0$  и  $\vec{B}$ , и отбросить все околону научные публикации, то окажется, что серьезных исследований по этой тематике крайне мало. В работах Николаева Г.В. [16-17] содержится только принципиальная идея о возможности электромагнитных волн, определяемых потенциальным вектором  $\vec{E}_\rightarrow$  и скалярной функцией  $H^*$ , а также описаны эксперименты с двухконтурными антеннами, одна из которых служит излучателем, другая – приемником продольных электромагнитных волн, распространяющихся вдоль оси  $x$  (рис. 52).

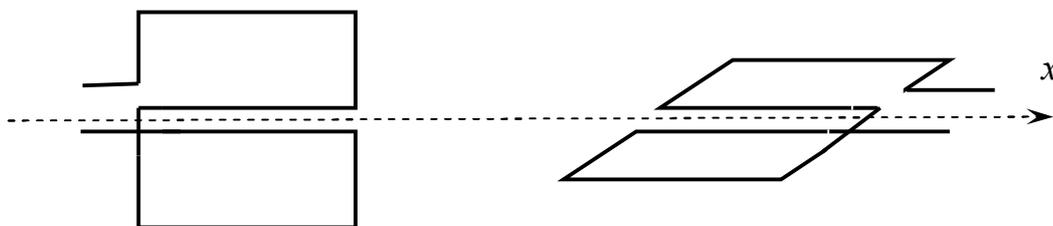


Рис. 52

В статьях [62-63] содержится постановка сферически симметричной электродинамической задачи. Предлагается определить электромагнитное поле расширяющегося шара, по поверхности которого распределен заряд  $Q = const$ . Поверхностная плотность заряда при этом меняется  $\rho = \rho(t)$  и, поскольку заряды движутся в радиальном направлении, возникает электрический ток  $\vec{j}_r(t)$ .

Болотовский Б.М. и Угаров В.А. - авторы статьи [63], опубликованной в 1976 году, приходят к выводу, что электрическое поле вне расширяющегося шара будет постоянным, а магнитное (вихревое) поле не создается, то есть все сводится к электростатике. Они соглашаются с мнением Зельдовича Я.Б.

и Яковлева И.А. о том, что закон сохранения заряда запрещает саму постановку нестационарной задачи.

В 2008 году Кузнецов Ю.В. обратил [62] внимание на энергетическое несоответствие в поставленной задаче. Если представить, что на поверхности сферы находится множество точечных зарядов, то каждый из них при движении создает магнитное поле. Кинетическая энергия каждого заряда при этом пропорциональна квадрату напряженности магнитного поля. То есть энергия магнитного поля – определенно положительная функция. Но суперпозиция этих вихревых магнитных полей дает нулевой результат («нуль-вектор»). Куда же делась энергия суммируемых полей? Сумма положительных функций не может равняться нулю. Если оперировать только представлением о вихревом магнитном поле, то этот энергетический парадокс разрешить невозможно. Остается предположить, что образуется СМП. Именно к такому выводу приходит Кузнецов Ю.Н.

Этот «парадокс» легко решается при помощи полученных нами волновых уравнений обобщенной электродинамики. Действительно, вне расширяющейся сферы векторного магнитного поля нет. Это хорошо видно из (15.9), поскольку вихревых токов нет ( $rot\vec{j} = 0$ ). Однако, в каждой точке на поверхности расширяющейся сферы плотность заряда меняется и создается источник тока, поэтому в соответствии с (15.10) генерируется нестационарное СМП  $H^*(t - r/c)$ . Поскольку вектор  $grad\rho$  направлен радиально, в соответствии с (15.7) образуется потенциальное радиальное электрическое поле  $\vec{E}_{\rightarrow}(t - r/c)$ . Это нестационарное поле накладывается на постоянное электрическое поле  $\vec{E}_{0\rightarrow}(\vec{r})$ , образованное неизменным зарядом  $Q$ . Таким образом, за пределами расширяющейся сферы, несущей постоянный заряд, создается постоянное электрическое поле и, кроме того, распространяется электромагнитная  $E$ -волна.

Эксперименты, подтверждающие приведенные выше теоретические рассуждения, описаны в статье немецких исследователей С. Monstein и J. P. Wesley [39]. В первом эксперименте этих авторов демонстрируется передача энергии за счет продольных волн между пластинами конденсатора, раздвинутыми на расстояние большее длины волны. При этом между пластинами устанавливается фильтр, поглощающий поперечные волны. Во втором эксперименте использовались шаровые антенны, установленные на расстоянии от 10 до 1000 м. На излучающей антенне создавался переменный электрический заряд, приемная антенна при этом регистрировала сигнал, затухающий пропорционально квадрату расстояния от источника излучения. Такая зависимость объясняется тем, что использовалась излучающая антенна не направленного действия. Авторы этой статьи не пользуются понятием СМП и не стремятся выйти за рамки классической электродинамики, поэтому их подход к проблеме оказался односторонним: они опираются только на уравнение Пуассона для скалярного электрического потенциала и исследуют только изменение потенциального вектора  $\vec{E}_{\rightarrow}$ . Тем не менее, для понимания

исследуемого явления опыты С. Monstein и J. P. Wesley чрезвычайно важны, поскольку они показывают, ограниченность общепринятых представлений об электромагнитном поле и позволяют «перебросить мостик» к обобщенной электродинамике. Как следует из уравнения (11.3) обобщенной электродинамики, продольные электромагнитные волны можно генерировать не только переменным электрическим зарядом, но и нестационарным СМП, что и подтверждается в эксперименте Николаева Г.В. с двухконтурными антеннами.

В недавно опубликованной статье [64] описаны предварительные результаты новых экспериментов по обнаружению «скалярного электромагнитного поля» при зарядке и разрядке металлической сферы. Эксперименты произведены группой исследователей под руководством Шипова Г.И. Теоретические представления авторов эксперимента изложены в ряде публикаций, например, в [65]. Там же приведены волновые дифференциальные уравнения для потенциалов  $\vec{A}$  и  $\varphi$ . Они получены с учетом условия, совпадающего с (15.3), которое Шипов Г.И. удачно предлагает называть калибровкой Тесла. Однако эта калибровка в [65] применяется к обычным уравнениям Максвелла, поэтому полученные дифференциальные уравнения отличаются от (15.4) и (15.5).

Довольно обстоятельный анализ проблем, связанных с электромагнитным излучением, содержится в статьях Еньшина А.В. и Илиодорова В.А. [32-33]. Авторами этих публикаций экспериментально установлено, «...что при воздействии на парамагнитную газовую среду лазерным излучением со специальным спектральным составом происходит поляризация спинов входящих в него молекул или атомов. Под резонансным воздействием пондеромоторных сил лазерного излучения происходит формирование квазикристаллической спинполяризованной структуры, имеющей ярко выраженные ферромагнитные свойства. То есть в спинполяризованной среде становится возможным проявление макроскопических квантовых эффектов. В спинполяризованной структуре из парамагнитного газа (исследования проводились с молекулярными газами, имеющими не скомпенсированный электронный или ядерный спин и некоторыми другими веществами) происходит преобразование лазерного излучения в продольные электромагнитные волны, то есть волны, у которых вектор электрического поля совпадает с направлением волнового вектора. Такое преобразование становится возможным вследствие того, что в излучении участвуют не отдельные электроны, которые действительно могут излучать только поперечные электромагнитные волны, а совокупность внешних электронов объединенных обменным взаимодействием и ведущих себя как квантовая жидкость. У продольных электромагнитных волн, генерируемых спинполяризованной структурой, направленность и когерентность оказались значительно выше, чем у исходного лазерного излучения. Причём речь идёт не о процентах или размах, а о порядках. Сечение по-

глощения продольного излучения также значительно меньше, чем поперечного».

Результаты работы Еньшина А.В. и Илиодорова В.А. хорошо согласуются с выводами обобщенной электродинамики: продольные электромагнитные волны невозможно создать отдельным замкнутым током, но система замкнутых токов (например, тороидальная) способна их генерировать. Таким образом, внешнее лазерное излучение, очевидно, способствует организации электронных структур тороидального типа, излучающих продольные электромагнитные волны. Свойства направленности и когерентности индуцированного излучения позволяют передавать сигнал на большие расстояния, а, следовательно, эффективно использовать продольные электромагнитные волны (по крайней мере, в световом диапазоне). Очевидно, полное объяснение этому явлению можно дать в рамках квантовой электродинамики. Этому вопросу коснемся в последствие.

Таким образом, опираясь на результаты приведенных выше публикаций и собственные исследования, можем однозначно сказать, что свойства продольных электромагнитных волн существенно отличаются от свойств поперечных волн и их дальнейшее исследование откроет новые перспективы развития электронных средств связи и позволит изменять свойства различных материалов, в частности с целью записи и хранения информации. Интересное направление исследований связано так же с изучением влияния электромагнитного поля (с учетом всех его компонент) на биологические объекты и водные структуры [66-70, 75].

## **17. Продольные электромагнитные волны в квантовой электродинамике**

Проблема продольных электромагнитных волн впервые возникла в квантовой электродинамике в 30-х годах прошлого века, поскольку 4-мерный математический аппарат требовал их введения. Однако чтобы удовлетворить теории Максвелла Фоком В. и Подольским Б. были введены специальные калибровочные условия, исключаяющие продольные электромагнитные волны, а сами волны были объявлены «нефизическими». В конце 70-х и в начале 80-х годов Харченко К.П. провел эксперименты со специальной антенной, которые дали поразительные результаты, противоречащие традиционной электродинамике [40]. Но эта работа в середине 80-х годов на официальном уровне была признана ненаучной и закрыта.

В начале 90-х годов эту проблему вновь поднял Хворостенко Н.П. [36]. На основе двух 4-потенциалов, автор статьи [36] строго показал, что выделяются три возможные моды электромагнитных волн: одна поперечная и две продольные. Волны, распространяющиеся в направлении вектора электриче-

ской напряженности, названы  $\vec{E}$ - волнами, а волны, распространяющиеся в направлении магнитной напряженности соответственно  $\vec{H}$ - волнами.

В работе [36] получены волновые уравнения для электромагнитного поля с источниками, которые воспроизводим в авторских обозначениях в безразмерном виде:

$$\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = q_e \left( \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{I}}{\partial t} + \text{grad} I_0 \right) + q_m \text{rot} \vec{J}, \quad (17.1)$$

$$\Delta E_0 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_0}{\partial t^2} = -q_e \left( \frac{1}{c} \frac{\partial I_0}{\partial t} + \text{div} \vec{I} \right), \quad (17.2)$$

$$\Delta \vec{H} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = q_m \left( \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{J}}{\partial t} + \text{grad} J_0 \right) - q_e \text{rot} \vec{I}, \quad (17.3)$$

$$\Delta H_0 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 H_0}{\partial t^2} = -q_m \left( \frac{1}{c} \frac{\partial J_0}{\partial t} + \text{div} \vec{J} \right). \quad (17.4)$$

С учетом различия в обозначениях, при условиях (14.13) уравнения (17.1), (17.2) и (17.3) совпадают с полученными нами уравнениями (15.6), (15.10) и (15.9) соответственно. Специфичное для квантовой электродинамики уравнение (17.4) нами не рассматривалось.

Далее Хворостенко Н.П. использует обычное условие непрерывности, записанное в виде:

$$\frac{1}{c} \frac{\partial I_0}{\partial t} + \text{div} \vec{I} = 0. \quad (17.5)$$

Подставляет его в (17.2), при этом правая часть уравнения обращается в ноль. На этом основании он заключает, что «... скалярная напряженность  $E_0$  и связанные с нею продольные  $E$ -волны могут существовать только в виде свободных нулевых колебаний вакуума. Возбудить их материальным источником невозможно. Таким образом, квантовоэлектродинамическая трактовка таких волн как «нефизических», достаточно обоснована».

Однако заметим, что уравнение (14.11), полученное Хворостенко Н.П., идентично с (11.3) и приводит, как мы установили к уравнению неразрывности в форме (11.11). Если записать его в обозначениях, использованных в статье [36], получится:

$$q_e \left( \frac{1}{c} \frac{\partial I_0}{\partial t} + \text{div} \vec{I} \right) + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_0}{\partial t^2} = 0. \quad (17.6)$$

Применяя к (17.2), получим безразмерное уравнение, совпадающее с (15.11), и записанное в СГС:

$$\Delta E_0(x', y', z', t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_0(x', y', z', t)}{\partial t^2} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_0(x, y, z, t)}{\partial t^2}. \quad (17.7)$$

Важно заметить, что второй член, стоящий в левой части, не компенсируется правым членом, так как они относятся к различным точкам пространства. Из (17.7) следует: нестационарное СМП, созданное в некоторой точке пространства с координатами  $x, y, z$ , создает в этой же точке источники (стоки) электрического поля (тока), что приводит к возникновению нестационарного СМП в соседних точках пространства  $(x', y', z')$ .

К сожалению, ошибочный вывод Хворостенко Н.П. лишил теоретической основы все последующие исследования, связанные с  $E$ -волнами и официальная наука до сих пор продолжает оперировать только поперечными электромагнитными волнами.

Заметим, что с учетом всех трех типов электромагнитных волн вектор переноса энергии запишется в виде:

$$\vec{p} = \vec{p}_\perp + \vec{p}_\parallel = \vec{E} \times \vec{H} + \vec{E}H^* + \vec{H}E^*. \quad (17.8)$$

Эта общая формула содержится в статье Хворостенко Н.П. [36], а полученная нами частная формула (12.5) применима только в макроскопической электродинамике.

## 18. Квазистационарное электромагнитное поле

Квазистационарную теорию обычно используют при рассмотрении движения электропроводных сред в электромагнитном поле. В этом случае при вычислении производных, кроме локальных, возникают и конвективные компоненты. Поэтому в дифференциальных уравнениях следует использовать символы полных производных.

В квазистационарном случае, как известно, не рассматривается процесс излучения электромагнитных волн, поэтому пренебрегается токами смещения по сравнению с токами проводимости, и не учитываются эффекты запаздывания.

Пусть в лабораторной системе отсчета магнитное поле имеет характеристики  $\vec{B}$  и  $B^*$ . Рассмотрим движение электропроводной среды в этом магнитном поле на дифференциальном уровне. Проследим за движением некоторой точки среды, связав с ней систему отсчета и обозначив ее скорость  $\vec{V}(t)$ . При обозначении величин в подвижной системе отсчета будем употреблять штрихи и полные производные по времени. В электропроводной среде, движущейся во внешнем магнитном поле, создается электрическое поле, которое в общем случае имеет вихревую  $\vec{E}'_0$  и потенциальную  $\vec{D}'_0$  компоненты, и возникает электрический ток плотности  $\vec{j}'$ . Этот ток в свою очередь индуцирует магнитное поле, характеристики которого в подвижной сис-

теме отсчета обозначим  $\vec{H}'$  и  $H^{*}$ . Таким образом, основные уравнения обобщенной электродинамики в квазистационарном приближении примут вид:

$$\text{rot}\vec{H}' + \text{grad}H^{*} = \vec{j}', \quad (18.1)$$

$$\text{rot}\vec{E}'_0 = -\frac{d'\vec{B}}{dt}, \quad (18.2)$$

$$\text{div}\vec{D}'_{\rightarrow} = \rho + \varepsilon'\varepsilon_0 \frac{d'B^*}{dt}, \quad (18.3)$$

$$\text{div}\vec{H} = \text{div}\vec{H}' = 0. \quad (18.4)$$

Выделим в правой части уравнения (18.2) локальную и конвективную производные:

$$\text{rot}\vec{E}'_0 = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} - (\vec{V}\nabla)\vec{B}.$$

Учитывая, что  $\vec{V}$  является только функцией времени, после преобразований получим:

$$\text{rot}\vec{E}'_0 = -\frac{\partial\text{rot}\vec{A}_0}{\partial t} - \text{rot}(\vec{B} \times \vec{V}),$$

или

$$\vec{E}'_0 = -\frac{\partial\vec{A}_0}{\partial t} + \vec{V} \times \vec{B}. \quad (18.5)$$

В соответствии с этим соотношением происходит преобразование вихревой части электрического поля при переходе к подвижной системе отсчета.

Уравнение (18.3) запишем в виде:

$$\text{div}\vec{D}'_{\rightarrow} = \rho + \varepsilon'\varepsilon_0 \left( \frac{\partial B^*}{\partial t} + \vec{V} \cdot \text{grad}B^* \right). \quad (18.6)$$

Напомним, что заряд и скалярный потенциал являются инвариантами преобразования координат в нерелятивистском случае. При квазистационарном подходе потенциал и плотность заряда связаны уравнением Пуассона:

$$\Delta\varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon'\varepsilon_0}, \quad (18.7)$$

то есть

$$\rho = -\varepsilon'\varepsilon_0 \text{divgrad}\varphi. \quad (18.8)$$

Кроме того

$$\vec{V} \cdot \text{grad}B^* = \text{div}(\vec{V}B^*). \quad (18.9)$$

Преобразовав (18.6) с учетом (18.8) и (18.9), получим выражение для потенциальной части электрического поля при переходе к подвижной системе отсчета:

$$\vec{E}'_{\rightarrow} = -grad\varphi - \frac{\partial \vec{A}'_{\rightarrow}}{\partial t} + \vec{V}B^* . \quad (18.10)$$

Объединив (18.5) и (18.10), приходим к соотношению (14.28), полученному ранее другим путем.

К уравнениям (18.1) – (18.4) добавим закон Ома с учетом индукции тока за счет движения среды в данной точке со скоростью  $\vec{V}$ :

$$\vec{j} = \sigma(\vec{E} + \vec{V} \times \vec{B} + \vec{V}B^*) . \quad (18.11)$$

Основываясь на выводах, полученных в главе 14, можно записать закон Ома с использованием потенциалов:

$$\vec{j} = \sigma \left( -grad\varphi - \frac{d'\vec{A}}{dt} \right) . \quad (18.12)$$

Такая форма закона обладает более глубоким физическим содержанием, чем (18.11), она указывает на основную причину возникновения тока в подвижных средах: нестационарный характер поля векторного потенциала в сопровождающей системе отсчета.

Из уравнения (18.1) с учетом соотношений (3.9) и (3.10), следует:

$$\frac{1}{\mu'\mu_0} rotrot\vec{A}' - \frac{1}{\mu'\mu_0} graddiv\vec{A}' = j' .$$

Для векторного потенциала получим уравнение Пуассона:

$$\Delta\vec{A}' = -\mu'\mu_0\vec{j}' . \quad (18.13)$$

Если квазистационарный процесс рассматривается в неподвижной среде, подвижную систему отсчета вводить не требуется, и штрихи не ставятся. Расщепить (18.13) на два отдельных уравнения для вихревой и потенциальной составляющих векторного потенциала, в общем случае невозможно, так как ток проводимости одновременно индуцирует векторное и скалярное магнитные поля. Даже в случае, когда все токи проводимости замкнутые, СМП может индуцироваться электродинамической системой, образованной несколькими замкнутыми контурами. Примером служит система токов, изображенная на рис. 23.

Таким образом, решение квазистационарных задач обобщенной электродинамики сводится к совместному рассмотрению уравнений (18.7), (18.12) и (18.13). Отличие от классической теории заключается в свойствах векторного потенциала  $(\vec{A}, \varphi)$ : за счет его потенциальной компоненты возникает конвективная часть  $\vec{V}B^*$ , не учтенная ранее в законе Ома.

## 19. Электромагнитные волны в диэлектрике

Рассмотрим процесс распространения электромагнитных волн в неподвижной однородной диэлектрической незаряженной среде:

$$\varepsilon' = const, \quad \mu' = const, \quad \sigma = 0, \quad \rho = 0.$$

Уравнения (11.1) – (11.3) в этом случае примут вид:

$$rot\vec{H} + gradH^* = \varepsilon'\varepsilon_0 \frac{\partial\vec{E}}{\partial t}, \quad (19.1)$$

$$rot\vec{E}_0 = -\mu'\mu_0 \frac{\partial\vec{H}}{\partial t}, \quad (19.2)$$

$$div\vec{E} = \mu'\mu_0 \frac{\partial H^*}{\partial t}. \quad (19.3)$$

Поскольку ток проводимости здесь отсутствует, (19.1) распадается на два независимых уравнения:

$$rot\vec{H} = \varepsilon'\varepsilon_0 \frac{\partial\vec{E}_0}{\partial t}, \quad (19.4)$$

$$gradH^* = \varepsilon'\varepsilon_0 \frac{\partial\vec{E}_\rightarrow}{\partial t}. \quad (19.5)$$

То есть нестационарное вихревое электрическое поле порождает вихревое магнитное поле. А нестационарное потенциальное электрическое поле порождает СМП. Следовательно, эти процессы в отсутствие токов проводимости условно разделяются.

Продифференцируем уравнение (19.4) по времени:

$$rot \frac{\partial\vec{H}}{\partial t} = \varepsilon'\varepsilon_0 \frac{\partial^2\vec{E}_0}{\partial t^2}.$$

Используя уравнения (19.2), получим:

$$-\frac{1}{\mu'\mu_0} rotrot\vec{E}_0 = \varepsilon'\varepsilon_0 \frac{\partial^2\vec{E}_0}{\partial t^2}.$$

Приходим к однородному уравнению Даламбера для вихревого вектора  $\vec{E}_0$ :

$$\Delta\vec{E}_0 - \mu'\mu_0\varepsilon'\varepsilon_0 \frac{\partial^2\vec{E}_0}{\partial t^2} = 0. \quad (19.6)$$

Аналогично, рассмотрев совместно уравнения (19.5) и (19.3), получим волновое уравнение для потенциального вектора  $\vec{E}_\rightarrow$ :

$$\Delta \vec{E}_{\rightarrow} - \mu' \mu_0 \varepsilon' \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}_{\rightarrow}}{\partial t^2} = 0. \quad (19.7)$$

Продифференцируем по времени уравнение (19.2):

$$\text{rot} \frac{\partial \vec{E}_0}{\partial t} = -\mu' \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}.$$

С учетом (19.4), получим уравнение Даламбера для вектора  $\vec{H}$ :

$$\Delta \vec{H} - \mu' \mu_0 \varepsilon' \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0. \quad (19.8)$$

Путем аналогичного преобразования уравнений (19.3) и (19.5) приходим к волновому уравнению для скалярной функции  $H^*$ :

$$\Delta H^* - \mu' \mu_0 \varepsilon' \varepsilon_0 \frac{\partial^2 H^*}{\partial t^2} = 0. \quad (19.9)$$

Таким, образом, *образуется две электромагнитных волны: одна из них определяется вихревыми векторами  $\vec{E}_0$  и  $\vec{H}$ , а другая - потенциальным вектором  $\vec{E}_{\rightarrow}$  и скалярной функцией  $H^*$ .*

Обратим внимание на то, что скорости распространения поперечных и продольных электромагнитных волн, являются одинаковыми:

$$V_{\perp} = V_{\parallel} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon' \varepsilon_0 \mu' \mu_0}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon' \mu'}}, \quad (19.10)$$

где  $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$  - скорость света в вакууме. В этом выражается неразрывная

связь всех составляющих электромагнитного процесса и невозможность их полного позиционного разделения в общем случае. Более того: поперечные электромагнитные волны, распространяющиеся в материальной среде, в каждой точке пространства порождают продольные волны и наоборот. Механизм этой взаимосвязи выявлен в главе 15.

## 20. Плоские электромагнитные волны в диэлектрической среде

Пусть каким-либо вибратором, расположенным в точке  $O$  одновременно создаются поперечные и продольные электромагнитные волны, которые распространяются в диэлектрической незаряженной среде, и рассматриваются на большом удалении от источника излучения. Рассмотрим процесс в некоторой точке  $M$ , расположенной в координатной плоскости  $Oxz$ . В этой точке одновременно присутствуют обе волны: поперечная и продольная. Каждая из них является практически плоской, т.е. фронт распространения каждой

волны совпадает с плоскостью, расположенной перпендикулярно направлению ее распространения. Определим в точке  $M$  продольную электромагнитную волну, распространяющуюся вдоль оси  $x$ , и поперечную – вдоль оси  $z$ . (рис. 53).

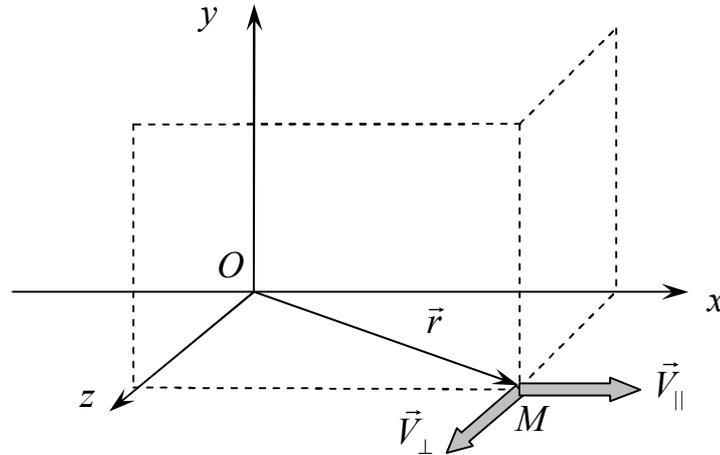


Рис. 53

Дифференциальные уравнения (19.6) – (19.9) удовлетворяют соответственно решениям, записанным в форме:

$$\vec{E}_O(z,t) = \vec{E}_{Oz}(z) \exp(i\omega t), \quad (20.1)$$

$$\vec{H}(z,t) = \vec{H}_z(z) \exp(i\omega t), \quad (20.2)$$

$$\vec{E}_{\rightarrow}(x,t) = \vec{E}_{\rightarrow x}(x) \exp\left[i\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)\right], \quad (20.3)$$

$$H^*(x,t) = H_x^*(x) \exp\left[i\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)\right]. \quad (20.4)$$

Здесь  $\omega$  - циклическая частота изменения тока в вибраторе. Фазы характеристик продольной волны смещены по отношению к характеристикам поперечной волны из соображений, высказанных в главе 15.

Подставив (20.1) в (19.6), получим обыкновенное дифференциальное уравнение:

$$\frac{d^2 \vec{E}_{Oz}(z)}{dz^2} + k_{\perp}^2 \vec{E}_{Oz}(z) = 0, \quad (20.5)$$

где  $k_{\perp} = \omega \sqrt{\varepsilon' \varepsilon_0 \mu' \mu_0}$  - волновое число поперечной электромагнитной волны.

В результате решения уравнения (20.5) для поперечной волны, распространяющейся в положительном направлении оси  $z$ , получим:

$$\vec{E}_O(\vec{r},t) = \vec{E}_O^0 \exp i(\omega t - k_{\perp} z) = \vec{E}_O^0 \exp i(\omega t - k_{\perp} \vec{z}^0 \cdot \vec{r}), \quad (20.6)$$

где  $\vec{E}_0^0$  - амплитуда напряженности вихревого электрического поля,  $\vec{r}$  - радиус-вектор, определяющий положение точки  $M$ ,  $\vec{z}^0$  - единичный вектор оси  $z$ .

Аналогичным образом, используя (20.2), для уравнения (19.8) получим решение:

$$\vec{H}(\vec{r}, t) = \vec{H}^0 \exp i(\omega t - k_{\perp} z) = \vec{H}^0 \exp i(\omega t - k_{\perp} \vec{z}^0 \cdot \vec{r}), \quad (20.7)$$

где  $\vec{H}^0$  - амплитуда напряженности вихревого магнитного поля.

Подставив (20.3) в (19.7), приходим к дифференциальному уравнению:

$$\frac{d^2 \vec{E}_{\rightarrow x}(x)}{dx^2} + k_{\parallel}^2 \vec{E}_{\rightarrow x}(x) = 0, \quad (20.8)$$

где  $k_{\parallel} = \omega \sqrt{\varepsilon' \varepsilon_0 \mu' \mu_0}$  - волновое число продольной электромагнитной волны.

С учетом решения уравнения (20.8) можно записать:

$$\vec{E}_{\rightarrow}(\vec{r}, t) = \vec{E}_{\rightarrow}^0 \exp i \left[ \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right) - k_{\parallel} x \right] = \vec{E}_{\rightarrow}^0 \exp i \left[ \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right) - k_{\parallel} \vec{x}^0 \cdot \vec{r} \right], \quad (20.9)$$

где  $\vec{E}_{\rightarrow}^0$  - амплитуда напряженности потенциального электрического поля.

Аналогично для напряженности СМП, используя (20.4) и (19.9), имеем:

$$H^*(\vec{r}, t) = H^{*0} \exp i \left[ \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right) - k_{\parallel} x \right] = H^{*0} \exp i \left[ \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right) - k_{\parallel} \vec{x}^0 \cdot \vec{r} \right], \quad (20.10)$$

где  $H^{*0}$  - амплитуда напряженности СМП.

Для вихревого электрического поля

$$\operatorname{div} \vec{E}_0 = 0,$$

подставив сюда (20.6), получим:

$$\operatorname{div} \vec{E}_0 = -ik(\vec{z}^0 \cdot \vec{E}_0) = 0,$$

следовательно  $\vec{E}_0 \perp \vec{z}^0$ .

Аналогично для вектора напряженности магнитного поля на основе решения (20.7) имеем:

$$\operatorname{div} \vec{H} = -ik(\vec{z}^0 \cdot \vec{H}) = 0,$$

то есть  $\vec{H} \perp \vec{z}^0$ .

Таким образом, вихревые векторы  $\vec{E}_0$  и  $\vec{H}$  в случае плоской волны лежат в плоскости, перпендикулярной направлению ее распространения. Подставив (20.6) и (20.7) в уравнение (19.2), нетрудно показать, что векторы  $\vec{E}_0$  и  $\vec{H}$  взаимно перпендикулярны. Этот вывод совпадает с известным результатом традиционной электродинамики.

Подставив в (19.5) решения (20.9) и (20.10), находим:

$$\vec{E}_{\rightarrow} = -\sqrt{\frac{\mu'\mu_0}{\varepsilon'\varepsilon_0}} H^* \vec{x}^0.$$

Следовательно, потенциальный вектор  $\vec{E}_{\rightarrow}$  в любой точке фронта плоской волны, образованной  $\vec{E}_{\rightarrow}$  и  $H^*$ , расположен вдоль оси  $x$ . Это означает правомерность использования термина «продольная электромагнитная волна» для исследуемого типа волн.

Полученный результат согласуется с выводом, сделанным в главе 12: энергию переносят как поперечные, так и продольные электромагнитные волны. Этот процесс характеризуется вектором (12.5), который в данном частном случае (плоские волны) записывается в виде:

$$\vec{p} = \vec{p}_{\perp} + \vec{p}_{\parallel} = \vec{E}_0 \times \vec{H} + \vec{E}_{\rightarrow} H^*. \quad (20.11)$$

Энергетических парадоксов при таком подходе тоже не возникает, поскольку выражение для плотности электромагнитной энергии (12.7) можно представить в виде:

$$w = \frac{1}{2} (\vec{E}_0 \cdot \vec{D}_0 + \vec{H} \cdot \vec{B} + H^* B^* + \vec{E}_{\rightarrow} \cdot \vec{D}_{\rightarrow}). \quad (20.12)$$

Первые два члена в этом выражении характеризуют энергию поперечной волны, а последние два – продольной. Поскольку характеристики этих двух типов волн изменяются по противофазным законам, функция  $w$  не может самопроизвольно изменяться от нуля до максимума (как это имеет место в классической электродинамике). Ее изменение возможно только за счет выделения тепла и переноса энергии в соответствии с законом (12.11).

## 21. Распространение электромагнитных волн в электропроводной среде

Рассмотрим процесс распространения электромагнитной волны в неподвижной однородной неограниченной электропроводной среде:

$$\sigma = const \neq 0, \quad \varepsilon' = const, \quad \mu' = const, \quad \rho = 0.$$

Запишем уравнения (11.1) – (11.3) в виде:

$$rot \vec{H} + grad H^* = \sigma \vec{E} + \varepsilon' \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \quad (21.1)$$

$$rot \vec{E}_0 = -\mu' \mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \quad (21.2)$$

$$div \vec{E}_{\rightarrow} = \mu' \mu_0 \frac{\partial H^*}{\partial t}, \quad (21.3)$$

Решения поставленной задачи ищем в виде аналогичном (20.6), (20.7), (20.9), (20.10):

$$\vec{E}_0(\vec{r}, t) = \vec{E}_0^0 \exp i(\omega t - \vec{K}_\perp \cdot \vec{r}), \quad (21.4)$$

$$\vec{H}(\vec{r}, t) = \vec{H}^0 \exp i(\omega t - \vec{K}_\perp \cdot \vec{r}), \quad (21.5)$$

$$\vec{E}_\rightarrow(\vec{r}, t) = \vec{E}_\rightarrow^0 \exp i \left[ \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right) - \vec{K}_\parallel \cdot \vec{r} \right], \quad (21.6)$$

$$H^*(\vec{r}, t) = H^{*0} \exp i \left[ \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right) - \vec{K}_\parallel \cdot \vec{r} \right], \quad (21.7)$$

где  $\vec{K}_\perp = K_\perp \vec{z}^0$ ,  $\vec{K}_\parallel = K_\parallel \vec{x}^0$  - волновые векторы, характеризующие электромагнитную волну в электропроводной среде.

Подставив (21.4) – (21.7) в уравнения (21.1) – (21.3), получим:

$$-i\vec{K}_\perp \times \vec{H} - i\vec{K}_\parallel H^* = \sigma \vec{E} + i\omega \varepsilon' \varepsilon_0 \vec{E}, \quad (21.8)$$

$$-i\varepsilon' \varepsilon_0 \vec{K}_\parallel \cdot \vec{E}_\rightarrow = i\omega \varepsilon' \varepsilon_0 \mu^* \mu_0 H^*, \quad (21.9)$$

$$i\vec{K}_\perp \times \vec{E}_0 = -i\omega \mu' \mu_0 \vec{H}. \quad (21.10)$$

Выразив из (21.9) - (21.10)  $H^*$ ,  $\vec{H}$  и подставив их в (21.8), приходим к комплексному уравнению:

$$\frac{K_\perp^2 \vec{E}_0}{\mu' \mu_0} + \frac{K_\parallel^2 \vec{E}_\rightarrow}{\mu' \mu_0} = \omega^2 \left( \frac{\sigma}{i\omega} + \varepsilon' \varepsilon_0 \right) (\vec{E}_0 + \vec{E}_\rightarrow),$$

в котором легко выделяются вихревая и потенциальная части:

$$K_\perp^2 = \omega^2 \mu' \mu_0 \left( \varepsilon' \varepsilon_0 - i \frac{\sigma}{\omega} \right), \quad (21.11)$$

$$K_\parallel^2 = \omega^2 \mu' \mu_0 \left( \varepsilon' \varepsilon_0 - i \frac{\sigma}{\omega} \right). \quad (21.12)$$

Отсюда видно, что модули волновых векторов в поперечном и продольном направлениях одинаковые. В случае электропроводной среды волновые векторы являются комплексными:

$$\vec{K}_\perp = \vec{k}_\perp - i\vec{s}_\perp, \quad \vec{K}_\parallel = \vec{k}_\parallel - i\vec{s}_\parallel, \quad (21.13)$$

где  $\vec{s}_\perp = \omega \mu' \mu_0 \sigma \cdot \vec{z}^0$ ,  $\vec{s}_\parallel = \omega \mu' \mu_0 \sigma \cdot \vec{x}^0$ .

Подставив (21.13) в (21.11) и (21.12), получим соответственно по два биквадратных уравнения для каждого типа волн:

$$k_{\perp}^4 - \omega^2 \mu' \mu_0 \varepsilon' \varepsilon_0 k_{\perp}^2 - \frac{(\omega \mu' \mu_0 \sigma)^2}{4} = 0, \quad (21.14)$$

$$s_{\perp}^4 + \omega^2 \mu' \mu_0 \varepsilon' \varepsilon_0 s_{\perp}^2 - \frac{(\omega \mu' \mu_0 \sigma)^2}{4} = 0, \quad (21.15)$$

$$k_{\parallel}^4 - \omega^2 \mu' \mu_0 \varepsilon' \varepsilon_0 k_{\parallel}^2 - \frac{(\omega \mu' \mu_0 \sigma)^2}{4} = 0, \quad (21.16)$$

$$s_{\parallel}^4 + \omega^2 \mu' \mu_0 \varepsilon' \varepsilon_0 s_{\parallel}^2 - \frac{(\omega \mu' \mu_0 \sigma)^2}{4} = 0. \quad (21.17)$$

В обычной электродинамике при решении уравнений (21.14) – (21.15), принимают только действительные корни, которые отвечают физическому смыслу задачи и подтверждаются на практике. Положительные действительные корни соответствуют поперечной волне, распространяющейся в положительном направлении оси  $z$  (рис.50):

$$k_{\perp} = \omega \sqrt{\frac{\varepsilon' \varepsilon_0 \mu' \mu_0}{2}} \left[ \sqrt{1 + \left( \frac{\sigma}{\varepsilon' \varepsilon_0} \right)^2} + 1 \right], \quad (21.18)$$

$$s_{\perp} = \omega \sqrt{\frac{\varepsilon' \varepsilon_0 \mu' \mu_0}{2}} \left[ \sqrt{1 + \left( \frac{\sigma}{\varepsilon' \varepsilon_0} \right)^2} - 1 \right]. \quad (21.19)$$

При этом для поперечных электромагнитных волн имеем известный результат:

$$\vec{E}_o(\vec{r}, t) = \vec{E}_o^0 \exp(-\vec{s}_{\perp} \cdot \vec{r}) \cdot \exp i(\omega t - \vec{k}_{\perp} \cdot \vec{r}), \quad (21.20)$$

$$\vec{H}(\vec{r}, t) = \vec{H}^0 \exp(-\vec{s}_{\perp} \cdot \vec{r}) \exp i(\omega t - \vec{k}_{\perp} \cdot \vec{r}). \quad (21.21)$$

Отсюда видно, что поперечные электромагнитные волны в электропроводной среде затухают, и это подтверждается на практике.

Как мы уже знаем, продольные электромагнитные волны обладают существенно иными свойствами, и это, очевидно, должно отражаться в теории. Решения уравнений (21.16) и (21.17) имеют по две пары корней: положительные и отрицательные. Если выбрать действительные корни, то свойства продольных волн не будут отличаться от свойств поперечных волн. Это не соответствует известным нам фактам. Поэтому исследуем случай отрицательных мнимых корней:

$$k_{\parallel} = -i\omega \sqrt{\frac{\varepsilon'\varepsilon_0\mu'\mu_0}{2}} \left[ \sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\varepsilon'\varepsilon_0}\right)^2} + 1 \right], \quad (21.22)$$

$$s_{\parallel} = -i\omega \sqrt{\frac{\varepsilon'\varepsilon_0\mu'\mu_0}{2}} \left[ \sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\varepsilon'\varepsilon_0}\right)^2} - 1 \right]. \quad (21.23)$$

С учетом этих решений для продольной электромагнитной волны, распространяющейся в электропроводной среде в положительном направлении вдоль оси  $x$ , получим:

$$\vec{E}_{\rightarrow}(\vec{r}, t) = \vec{E}_{\rightarrow}^0 \exp(\vec{k}_{\parallel} \cdot \vec{r}) \cdot \exp i \left[ \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right) - \vec{s}_{\parallel} \cdot \vec{r} \right], \quad (21.20)$$

$$H^*(\vec{r}, t) = H^{*0} \exp(\vec{k}_{\parallel} \cdot \vec{r}) \exp i \left[ \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right) - \vec{s}_{\parallel} \cdot \vec{r} \right]. \quad (21.21)$$

То есть плоская продольная электромагнитная волна в электропроводной среде усиливается. Как следует из полученного решения, на расстоянии равном  $1/k_{\parallel}$  амплитуда плоской продольной электромагнитной волны возрастает в  $e$  раз. Именно в такой же зависимости ( $1/k_{\parallel}$ ) от глубины проникновения в проводник затухает поперечная электромагнитная волна, взаимодействуя со свободными зарядами. Усиление  $E$ -волны, очевидно, тоже объясняется взаимодействием с ними. Конечно, вследствие диссипативных процессов в электропроводной среде, усиление  $E$ -волны не может быть бесконечным. Встает интересная экспериментальная задача о возможности передачи электромагнитного сигнала в электропроводной среде за счет продольных волн.

Мы уже обращали внимание на то, что в вибраторе Герца импульс тока, пробегающий по проводнику, связан с потенциальным электрическим полем, созданным в проводнике. То есть в проводнике распространяется продольная  $E$ -волна. Если вибратор работает в режиме принимающей антенны,  $E$ -волна образуется в нем за счет внешних поперечных электромагнитных волн. Получается, что поперечные электромагнитные волны в тонком поверхностном слое проводника затухают и передают свою энергию продольной  $E$ -волне, которая и создает в проводнике ток.

## Заключение

Новый взгляд на электромагнитное поле, предложенный в обобщенной электродинамике, неизбежно приводит к проблемам общей физической картины мира. Как уже отмечалось во Введении и по ходу исследования, это касается проблемы физических взаимодействий, и связанных с ними понятий: «масса», «заряд», «поле», «вакуум». В данной главе анализируются некоторые современные концепции и гипотезы, ни одна из которых пока не привела к созданию общепризнанной теории. Выскажем лишь некоторые аргументы, подтверждающие необходимость развития, а возможно, и пересмотра представлений, считающихся в настоящее время общепринятыми.

Многие новые теории отрицают вакуум как пустое арифметизированное пространство и наделяют его физическими свойствами («физический вакуум», «мировая среда», «эфир»). Обзор публикаций по этому вопросу содержится, например в [18-19]. Обычно предполагается, что структура физического вакуума является супертонкой, так как образована парами «частица-античастица». Часто моделируя физический вакуум, употребляют электронно-позитронные пары – плазма виртуальных электронов и позитронов. Такой подход уже давно используется в квантовой электродинамике [36-38]. Как пишет основатель квантовой механики П. Дирак [38]: «...вакуум не является пустотой, в которой ничего не находится. Он заполнен колоссальным количеством электронов, находящихся в состоянии с отрицательной энергией, которое можно рассматривать как некий океан».

Иногда физический вакуум называют «скрытой» или «темной» формой материи, возникающей в процессе аннигиляции пар «частица-античастица». Аннигиляция вещества происходит со значительными энергетическими затратами. Известен и обратный процесс: образование пар «частица-античастица» с выделением энергии в виде световых квантов. Таким образом, физический вакуум представляется как высокоэнергетическая материальная среда, заполняющая все пространство даже на внутриядерном уровне. Приведем высказывание академика Мигдала А.Б. по этому поводу: «Когда к электромагнитному полю и к полям, описывающим пары частиц (электрон-позитрон, протон-антипротон и т.д.) применили квантовую механику, оказалось, что в пустоте происходят непрерывные колебания электромагнитного поля, рождаются и исчезают элементарные частицы. При столкновении нуклонов (нейтронов и протонов) из пустоты возникает целый сноп различных частиц - вакуум полон частиц. По существу, физики снова вернулись к понятию эфира, но уже без противоречий. Удивительно сложную и интересную среду - вакуум – можно было бы снова назвать эфиром, если бы не боязнь путаницы с наивным понятием XIX века».

При таком взгляде на организацию материи понятно, что физический вакуум и его свойства должны играть важнейшую роль в физических взаимодействиях: внутриядерном, электромагнитном и гравитационном. Эта идея лежит в основе современных развивающихся теорий. Можно говорить о воз-

вращении на новом уровне к физической концепции, которая не допускает возможность существования абсолютной пустоты. Эта концепция имеет глубокие исторические корни, теорию эфира разрабатывали практически все классики физики. Она зародилась в трудах Фарадея и Максвелла, которые, в отличие от Ампера, были сторонниками принципа близкодействия. Во втором томе своего «Трактата» [3] Максвелл пишет: «Идеи, которые руководили Ампером, принадлежат к системе взглядов, допускающих прямое действие на расстоянии. Идеи, которым я пытался следовать, это идеи действия через среду – от одной части к другой, близлежащей, примыкающей к ней. Такой подход часто применялся Фарадеем ...».

В фундаментальном труде выдающегося английского ученого Э. Уиттекера [6] описана история развития теории эфира и электричества. Следует заметить, что Уиттекер работал над своей монографией в период, когда понятие эфира было полностью изгнано из науки. Первый том его трактата появился в 1910 г., а второй – в 1959. Касаясь вопроса терминологии, Э. Уиттекер пишет: «Мне кажется абсурдным сохранять название «вакуум» для категории, обладающей таким количеством физических свойств, а вот исторический термин «эфир» как нельзя лучше подходит для этой цели». Будем в дальнейшем пользоваться именно этим термином. Во избежание путаницы с терминологией применительно к современной концепции можно употреблять термин «физический эфир».

Однако физический вакуум-эфир сегодня используется только в квантовой физике, применение этого понятия в других разделах современной физики, в частности при описании макроскопических процессов в электродинамике, считается недопустимым. До сих пор электромагнитное поле представляется как процесс распространения волн в отсутствие среды. Соответственно теории, разработанные с использованием концепции эфира, до сих пор не являются общепризнанными, считается, что они противоречат постулатам теории относительности. Очевидно, разрешение этого противоречия между сложившимися представлениями и развивающимися теориями позволит выйти на новый уровень понимания фундаментальных основ мироздания.

Как уже отмечалось, в рамках настоящей работы не преследуется цель решить все фундаментальные проблемы физики, выскажем лишь соображения по некоторым вопросам электродинамики. На данном этапе исследования мы пришли к однозначному выводу: ***обобщенная электродинамика, основанная на материалистической концепции, требует использования эфира для объяснения механизма электромагнитного взаимодействия и распространения электромагнитных волн.***

Возвращаясь к затронутому в главе 4 частному вопросу о взаимодействии движущейся заряженной частицы с СМП, можно предположить, что магнитное поле вообще (векторное и скалярное в совокупности) представляет собой как бы деформации (напряжения, движения) или поляризацию эфира, то есть он не является однородным. Понятно, что такой механистической подход несколько «хромает», однако, используя его можно в некоторой сте-

пени представить и объяснить механизм взаимодействия поля и частицы. Можно даже предложить простой аналог этого явления: движение материальной частицы в жидкости. Известно, что движение частицы зависит не только от ее собственных свойств (например, плотности, формы), но и от движения жидкости. Плотность частицы может быть больше или меньше плотности жидкости, этот признак аналогичен знаку заряда частицы в моделируемом явлении. Следует различать потенциальное и вихревое движение жидкости. Это, соответственно, аналоги скалярного и векторного магнитных полей. Понятно, что движение частицы малой плотности и большой плотности в потоке жидкости происходит по-разному. Аналогично, по-разному движутся положительные и отрицательные частицы в каждой из составляющих магнитного поля.

Движущаяся заряженная частица, как мы выяснили, представляет собой градиентную структуру (рис.19). Движение такой частицы в однородном СМП можно моделировать движением вращающегося тора (например, дымового кольца) во внешней однородной среде. Присутствие внешней вязкой среды для такого движения, как известно, необходимо, а направление движения тора зависит от направления его собственного вращения и не связано с неоднородностью среды. Поэтому при движении заряженной частицы в СМП важно как направлен градиент ее собственного СМП, а градиент внешнего СМП особого значения не имеет.

Обратимся к энергетическим соображениям. Как известно, в обычной электродинамике сила Лоренца, действующая на заряженную частицу, движущуюся в векторном магнитном поле, направлена по нормали к траектории движения частицы. При этом частица приобретает нормальное ускорение, и сила Лоренца работу не совершает, следовательно, кинетическая энергия частицы не изменяется. За счет продольной магнитной силы, не только возникает ускорение частицы, но и совершается работа, что приводит к изменению кинетической энергии частицы. Следовательно, можно предположить, что *векторное магнитное поле не позволяет частице обмениваться энергией с физическим эфиром, а СМП такую возможность предоставляет.* Однако, заметим, что сделанный вывод основывается только на исследовании движения частицы, и, следовательно, носит частный характер. В отличие от точечной частицы при рассмотрении электродинамических систем следует различать поступательное и вращательное движения. Можно показать [75], что при вращении электродинамической системы тоже возможен обмен энергией между ней и эфиром, но уже за счет векторной компоненты магнитного поля. Сделаем общий вывод: *в природе не существует замкнутых электромеханических систем.*

Этот вывод следует иметь в виду, анализируя результаты теоретических и экспериментальных исследований. В частности это относится к антиленц-эффекту (глава 10), то есть возможности самоускорения проводника в СМП при условии замыкания индуцированного тока посредством скользящих контактов. В монографии [75] показано, что эта гипотеза подтверждается при

рассмотрении эффекта Ааронова-Бома [44-48], эффекта Сёрла [49-51], экспериментов Година-Рощина [52-54] и Томилина-Прокопенко [75]. Все это подтверждает высказывание Н. Тесла о том, что «...существует возможность получения энергии не только в форме света, но и в форме движущей силы, и в виде любых других форм энергии, ... прямым способом от среды. Наступит время, когда эта задача будет решена...» [5].

Следует заметить, что включать электромагнитное поле в состав системы, как это предполагалось в одном из случаев (в рамках традиционных представлений об электромагнитном поле) в главе 1, очевидно, не совсем правомерно. На новом уровне познания, становится понятно, что электромагнитное поле не является самостоятельным материальным объектом, а лишь отражает состояние эфира. При любом электромагнитном взаимодействии участие эфира, как внешней среды, неизбежно. Если обратиться к проблеме взаимодействия двух прямолинейных участков тока (глава 1) при данном подходе получается, что первый элемент воздействует на эфир, а эфир в свою очередь воздействует на второй элемент. Поскольку эфир является энергетической средой, возможен случай, когда его энергия поступает в электромеханическую систему, или наоборот. Иначе говоря, воздействие первого элемента на эфир может играть роль своеобразного «клапана», открывающего источники или стоки для энергетического обмена между эфиром и электромеханической системой. Последняя мысль носит характер научной гипотезы. Пока можно говорить только о некоторых теоретических соображениях и экспериментальных сведениях, подтверждающих ее в той или иной мере. Поскольку общая теория эфира (эфиродинамика) еще не разработана, не ясен и механизм взаимодействия на уровне «частица-эфир», хотя, очевидно, что это взаимодействие имеет квантовый характер. Остается открытым и вопрос о превращениях (изменениях), происходящих в самом эфире в результате отдачи или приема энергии из вещества. Возникает и много других вопросов. Тем не менее, предлагаемая концепция имеет право на существование и развитие.

Элементарные частицы, обладающие массой и зарядом, неразрывно связаны с эфиром. Невозможно представить частицу в отрыве от этой среды, занимающей все мировое пространство. Более того, возможно, сами частицы, представляют собой «сгустки» эфира с определенной устойчивой структурой. Очевидно, структура частицы может быть различной, именно она определяет квантовые характеристики: массу, заряд, спин. Такой подход согласуется с предложенной Сидоренковым В.В. концепцией «корпускулярно-полевого дуализма» [42-43], который, принципиально отличается от схожего по названию «корпускулярно-волнового дуализма», применяемого в современной квантовой механике. Корпускулярно-волновой дуализм, как известно, исходит из неразрывной связи вещества частицы и ее собственного поля и допускает рассмотрение уединенной частицы в абсолютно пустом пространстве. Корпускулярно-полевой дуализм предполагает неразрывную связь

частицы с полем мирового эфира, то есть неразрывное единство вещества и эфира применительно ко всей Вселенной, а не к отдельной частице.

Для объяснения механизма распространения электромагнитных волн, очевидно, в некоторой степени допустимы аналогии между свойствами эфира и свойствами упругой механической среды или вязкого газа, как предлагает Ацюковский В.А. [41]. В первом приближении, можно представлять распространение электромагнитного поля в эфире, как процесс распространения механических напряжений в упругой среде. Более того, поперечные и продольные механические волны, распространяющиеся в упругой среде, обычно взаимосвязаны и порождают друг друга. Это же происходит и в процессе распространения электромагнитных волн (поперечных и продольных) в эфире.

Аналогии электродинамики и механики с одной стороны как бы помогают пониманию происходящих процессов, но с другой – существует опасность исключения специфических свойств эфира и возникновения тупиковых ситуаций. Любая аналогия имеет пределы применения. Важно определиться с физическими характеристиками эфира и на их основе строить новую эфиродинамику.

Как показано в главе 14, все свойства электромагнитного поля на квантовом уровне определяются двумя четырехмерными вектор-потенциалами:  $(\vec{A}, \varphi)$  и  $(\vec{M}, \psi)$ . Очевидно, это и есть фундаментальные характеристики эфира. **Электромагнитное поле при таком подходе представляется вторичным, то есть производным фундаментального поля эфира.** Иными словами, электромагнитное поле является отражением неоднородности эфира. Характер неоднородности может быть различным: вихревым и градиентным (поляризационным). Это видно, например, на рис. 12 применительно к стационарному случаю: векторное магнитное поле является следствием вихревой неоднородности поля вектора  $\vec{A}$ , а СМП представляет собой результат поляризации эфира электрическим током. Естественно, состояние эфира не является стационарным, динамические процессы, происходящие в нем, составляют суть электродинамики.

При таком подходе становится ясным механизм электромагнитного взаимодействия, заключенный в обобщенном законе (4.4): **токи, текущие в проводниках возмущают окружающий их эфир, взаимодействие этих возмущений порождает электромагнитную силу.** При помощи соотношений (3.11)-(3.12) обобщенный закон электромагнитного взаимодействия (4.4) можно представить в виде:

$$\vec{f} = \frac{1}{\mu'\mu_0} \text{rot rot } \vec{A}_c \times \text{rot } \vec{A} + \frac{1}{\mu'\mu_0} \text{div } \vec{A} \cdot \text{grad div } \vec{A}_c. \quad (22.1)$$

Видно, что поперечная электромагнитная сила Ампера возникает в результате взаимодействия между собой вихревых возмущений эфира, а продольная сила Николаева есть результат взаимодействия поляризационных эфирных возмущений.

С эфиром обычно ассоциируется вопрос о возможности введения абсолютной системы отсчета. Как показано выше, эфир является неоднородной подвижной субстанцией: в нем возможны «деформации» и «течения». Следовательно, невозможно ввести абсолютную систему отсчета, единую для всего мирового пространства. Вообще, систему отсчета можно связывать только с вещественным объектом, да и то при возможности моделировать его материальной точкой или твердым телом. Основным свойством континуальной полевой формы материи является распространение в ней волновых процессов, что исключает возможность однозначного выбора системы отсчета, связанной с ней. Даже в «недеформированном» состоянии эфир колеблется («нулевые колебания»). К тому же состояние эфира, вероятно, существенно меняется вблизи массивных тел, какими являются планеты и звезды. Одна из самых ранних гипотез предполагает возможность «увлечения» эфира массивными телами. Она использовалась, в частности, для объяснения результатов эксперимента Майкельсона. При таком подходе, очевидно, можно выбрать систему отсчета, в которой, пренебрегая нулевыми колебаниями, можно считать, что эфир не движется. Но такая система отсчета обязательно должна быть привязана к массивному телу (звезда, планета), а, следовательно, невозможно обеспечить ее абсолютную неподвижность и инерциальность.

Физика – это наука о взаимодействии материальных объектов. Следовательно, необходимо обсудить еще один принципиальный вопрос: какое положение принять в качестве первичного физического постулата: принцип «действия – противодействия» или закон сохранения энергии. Может показаться, что в рамках обобщенной теории оба этих положения не совмещаются. Напомним, что мы начали наше исследование с проблемы нарушения закона «действия-противодействия» в электродинамике, и в результате пришли к выводу, что энергия электромеханической системы может изменяться, поскольку, вообще говоря, система не является замкнутой. Заметим, что именно закон сохранения энергии, сформулированный для замкнутых систем, считается материалистической основой естествознания. Обобщенная теория требует расширить взгляд на этот закон, поскольку приходится иметь дело с незамкнутыми системами. Существует только одна абсолютно замкнутая материальная система – это вся Вселенная, в пределах которой закон сохранения энергии, безусловно, выполняется.

На основании этих соображений, очевидно, можно построить обновленную теорию относительности, в которой с одной стороны сохраняется принцип относительности движения (отсутствие абсолютной инерциальной системы отсчета), а с другой - допускается присутствие эфира. Остается надеяться, что диалектическое объединение теории относительности и эфиродинамики возможно и действительно состоится.

Термин «Эфиродинамика», введенный Ацюковским В.А. [41], в отличие от статической гипотезы эфира XIX предполагает изучение эволюции этой мировой субстанции. Эфиродинамика, построенная на материалистической основе, может открыть верный путь к познанию физической сути при-

родных явлений от микромира до масштабов Вселенной. Обобщенная электродинамика, очевидно, связана только с одной из сторон эфира и не отражает всех его свойств, тем не менее, она может послужить научной платформой для построения общей эфиродинамики.

«Природа хранит во вселенной бесконечную энергию. Признание существования эфира, а также функций, которые он выполняет – вот один из важнейших результатов современных научных исследований». Эти слова из лекции Н. Тесла [5], прочитанной в колледже Колумбия, Нью-Йорк, в 1891 году, с учетом нового понимания природы и свойств эфира, сегодня так же актуальны, как и более века назад.

В соответствии с законами диалектики любая научная концепция со временем себя полностью исчерпывает, становится очевидной ее ограниченность. Возникает необходимость выхода за рамки устоявшихся представлений. При этом неизбежна борьба «нового» со «старым». Здоровый консерватизм здесь необходим, поскольку при выборе нового направления развития, следует серьезно проверять все альтернативы. Важно, чтобы процесс поиска шел конструктивно.

Вопросу ограниченности современной электродинамики в предлагаемой монографии уделено достаточно много внимания. Выявлены исторические причины сложившегося ее состояния, проанализированы имеющие место парадоксы, показана невозможность их разрешения в рамках традиционной теории. Альтернативный подход базируется на общей теории поля, в частности на основной теореме Стокса-Гельмгольца. Как оказалось, полный математический аппарат, необходимый для обобщенной электродинамики, давно разработан, но не применялся из-за искусственных калибровок. Теперь выяснилось, что эти калибровки удовлетворяются только для идеализированных объектов: бесконечного линейного тока и уединенного замкнутого контура с током. Показано, что градиентные преобразования, которые обычно служат основанием для введения калибровок, физически не содержательны. При общем подходе следует рассматривать электродинамические системы, объединяющие любое количество элементов, что, безусловно, приближает теорию к реальным электро- и радиотехническим объектам.

Предлагаемый взгляд на электромагнитное поле существенно изменяет представление о его природе. Становится понятным, что это всего лишь отражение состояния эфира – материальной субстанции, заполняющей все мировое пространство от масштабов вселенной до микромира. На основе представлений об эфире решаются различные «парадоксы» электромагнитного взаимодействия, эффекты Ааронова-Бома, Сёрла и т.д. Построение материалистической эфиродинамики, органично объединяющей электродинамику, теорию гравитации, теорию относительности и квантовую физику, представляется самой актуальной задачей современной науки.

Прорыв на новый уровень познания, а, следовательно, и технологий, возможен только в результате целенаправленных усилий ученых из различных областей знаний, которые ясно понимают проблемы современной физики и способны выйти за пределы традиционных представлений и концепций.

Поэтому при подготовке молодых научных кадров важно обращать внимание на ограниченность современных знаний, указывать и анализировать альтернативные научные концепции. При этом настоящая монография вполне может служить в качестве учебно-научно-методического пособия.

## Литература:

1. Ампер А.М. Электродинамика.- М.: АН СССР, 1954.
2. Фарадей М. Экспериментальные исследования по электричеству. Т.2. – Изд. АН СССР, 1951.- 538с.
3. Максвелл Дж. Трактат об электричестве и магнетизме. В двух томах. – М.: Наука, 1989.
4. Максвелл Дж. К. Избранные сочинения по теории электромагнитного поля. М.: ГИТТЛ, 1952.
5. Тесла Н. Лекции. Статьи. – М., Tesla Print.- 2003. - 386 с.
6. Уиттекер Э. История теории эфира и электричества. – Москва - Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. - 512 с.
7. Тамм И.Е. Основы теории электричества. – М. «Наука», 1976.- 616 с.
8. Матвеев А.Н. Механика и теория относительности. – М. ВШ, 1976.- 416 с.
9. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика. Электродинамика. Краткий курс теоретической физики. Кн.1.- М.: Наука, 1969. – 271 с.
- 10.Парселл Э. Электричество и магнетизм. Берклевский курс физики. Т.2. - М. «Наука», 1975. - 439 с.
- 11.Зоммерфельд А. Электродинамика.- М.: ИЛ, 1958.- 501с.
- 12.Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. Т. 5. Электричество и магнетизм. - М.: Мир, 1965.
- 13.Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. Т. 6. Электродинамика.- М.: Мир, 1966.
- 14.Мари-Антуанет Тоннела. Основы электромагнетизма и теории относительности. – М.: ИЛ, 1962.
- 15.Берк Г.Ю. Справочное пособие по магнитным явлениям.- М.: Энергоиздат, 1991.
- 16.Николаев Г.В. Непротиворечивая электродинамика. Теории, эксперименты, парадоксы. – Томск, 1997. -144 с.
17. Николаев Г.В. Современная электродинамика и причины её парадоксальности. / Г.В. Николаев. - Томск: Твердыня, 2003.- 149 с.
- 18.Николаев Г.В. Научный вакуум. Кризис в фундаментальной физике. Есть ли выход? – Томск, 1999. – 144 с.
- 19.Николаев Г.В. Тайны электромагнетизма и свободная энергия. Изд. Второе дополненное.- Томск, 2002. – 150 с.
- 20.Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики.- М.: Наука, 1972.

21. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 1978. – 831 с.
22. Борисенко А.И., Тарапов И.Е. Векторный анализ и начала тензорного исчисления. - Изд. 3-е. - М.: ВШ. 1966.
23. Marinov S., Czech.J.Phys. 24, 965 (1974).
24. Marinov S., Gen.Rel.Grav. 12, 57 (1980).
25. Томилин А.К., Колесникова Т.Н. О проблеме магнитостатического взаимодействия// Региональный вестник Востока. Усть-Каменогорск, 2001.- № 3. С. 21-26.
26. Томилин А.К. Анализ проблем электродинамики и возможные пути их решения// Труды 7-ого Международного симпозиума по электромагнитной совместимости и электромагнитной экологии. С.-Петербург, 26-29 июня 2007 г. - С. 214-217.
27. Томилин А.К. О свойствах векторного электродинамического потенциала. <http://www.sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/8828.html>
28. Томилин А.К. Экспериментальное исследование продольного электромагнитного взаимодействия. <http://www.sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/9087.html>
29. Tomilin A.K. The Fundamentals of Generalized Electrodynamics. <http://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/0807/0807.2172.pdf>
30. Обобщенная электродинамика и перспективы развития новых технологий// Сб. тр. 5-ой МНПК «Исследование, разработка и применение высоких технологий в промышленности». С.-Петербург, 28-30 апреля 2008 г.- С. 297-298.
31. Томилин А.К. Колебания электромеханических систем с распределенными параметрами. – Изд-во ВКГТУ.- г. Усть-Каменогорск, 2004. - 272 с.
32. Еньшин А.В. и Илиодоров В.А. Способ изменения свойств парамагнитных газов. Патент № 2094775 от 27.10.97 по заявке № 93050149/25 от 03.11.93.
33. Еньшин А.В., Илиодоров В.А. Генерация продольных световых волн при рассеянии бигармонического лазерного излучения на магнотонах и вращательных поляритонах в атмосфере. В сб. "Горизонты науки 21 века", 2002.
34. Докторович З.И. Несостоятельность теории электромагнетизма и выход из сложившегося тупика. <http://www.sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/4797.html>
35. Менде Ф.Ф. Существуют ли ошибки в современной физике? – Харьков: «Константа», 2003. -72 с.

36. Хворостенко Н.П. Продольные электромагнитные волны// Изв. ВУЗов. Физика. – 1992.- № 3.- С. 24-29.
37. Райдер Л. Квантовая теория поля.- М.: Мир, 1987.
38. Дирак П. Электроны и вакуум.- М.: Знание, 1957. – 15 с.
39. Monstein С. и Wesley J. P. Euro physics Letters, 59 (4), pp. 514-520 (2002).
40. Харченко К.П. Юбилейная «исповедь»// Информост – Радиотехника и телекоммуникации. № 4 (46), 2006 г.
41. Ацюковский В.А. Общая эфиродинамика.- М. Энергоиздат, 1990.
42. Сидоренков В.В. О скрытых реалиях физического содержания великих уравнений электродинамики Максвелла.  
<http://www.sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/8965.html>
43. Сидоренков В.В. Единое электродинамическое поле и характеристики распространения его составляющих в виде плоских волн в однородных изотропных материальных средах.  
<http://www.sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/8935.html>
44. Aharonov Y., Bohm D. // Phys. Rev. 1959. V. 115. P. 485.
45. Peshkin M., Tonomura A. The Aharonov-Bohm Effekt.- Berlin; Heideberg; New York; London; Tokio; Hong Kong; Springer-Verlag/ 1989/- 154 p. – (Lecture Notes in Physics. V. 340).
46. Tonomura A. The Quantum World Unveiled by Electron Waves, with a Preface of Chen Ning Yang, World Scientific, Singapore, 1998.
47. Лошак Ж. Новая теория эффекта Ааронова – Бома для случая, когда источник потенциала находится вне электронных траекторий// Прикладная физика, 2003, № 2, с. 5-11.
48. Чирков А.Г., Агеев А.Н. О возможности наблюдения эффекта Ааронова-Бома при нестационарных потенциалах/ Письма в ЖТФ, 2000, т.26, в.16. С.103-110.
49. S. Gunnar Sandberg. Searl-Effekct Generator: Design & Manufacturing Procedure. - School of Engineering & Applied Scienes, University of Sussex, June 1985. <http://www.rexresearch.com/searl/htm>
50. S. Gunnar Sandberg. Searl-Effekct Generator: Reconstruction of the experimental work carried out by John Searl between 1946 and 1952 concerning the claimed discovery of a new source of energy (17 June 1987).  
<http://www.rexresearch.com/searl/htm>
51. Thomas John A., Jr. ANTI-GRAVITY: The Dream Made Reality. Extraordinary Science. Vol. VI. Issue 2, 1994.

- 52.Рощин В.В., Годин С.М. Экспериментальное исследование физических эффектов в динамической магнитной системе// СПб.: ПЖТФ, 2000, т. 26, вып. 24.- С.70-75.
53. Рощин В.В., Годин С.М. Экспериментальное исследование нелинейных эффектов в динамической магнитной системе.  
<http://www.trinitas.ru/rus/doc/0231/008a/02310008.htm>
54. Гуревич А.Г. Магнетизм на сверхвысоких частотах. Соросовский образовательный журнал. №1, 1999.- С. 98-104.
- 55.Рыков А.В. Основы Теории Эфира// ИФЗ РАН, М., 2000. - 54 с.
- 56.Рыков А.В. Лженаука XX века. <http://www.n-t.org/tp/ns/ln.pdf>
- 57.Десямуре В.П. Эффект Сёрла. <http://n-t.ru/tp/ns/es.pdf>
- 58.Десямуре В.П. Эффект Брауна: экспериментальное подтверждение.  
<http://n-t.ru/tp/ns/eb.pdf>
- 59.Десямуре В.П. Анализ установки Година-Рощина. <http://n-t.ru/tp/ns/au.pdf>
- 60.Кузнецов Ю.Н. Экспериментальная регистрация безвихревого вида электромагнитной индукции // «Академия Тринитаризма», М., Эл. № 77-6567, публ. 14731. 08.03.2008.
- 61.Кузнецов Ю.Н. Биологический способ регистрации потенциального магнитного поля. <http://www.sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/9084.html>
- 62.Кузнецов Ю.Н. Об одном заблуждении в трактовке сферически-симметричной электродинамики.  
<http://www.sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/9334.html>
- 63.Болотовский Б.М., Угаров В.А. Об одном «парадоксе» электродинамики// УФН, т. 119, вып. 2.- С.371-374.
- 64.Лобода М., Шипов Г. и др. Экспериментальное обнаружение скалярного электромагнитного поля// «Академия тринитаризма», М., Эл. № 77-6567, публ. 14881, 22.09.2008.
65. Шипов Г.И. Торсионное поле как источник скалярных (продольных) электромагнитных полей в вакуумной электродинамике.  
<http://www.shipov.com>
- 66.Взаимодействие физических полей с живым веществом //Нефедов Е.И., Протопопов А.А., Семенцов А.Н., Яшин А.А.// Под ред. Хадарцева А.А. – Тула: Изд. Тульск. гос. ун-та, 1995.- 180 с.
- 67.Исследование соматической рекомбинации дрозофил, подвергшихся воздействию продольных электромагнитных волн// Богданов В.П., Воронов В.В., Сидоров Р.А., Яшин А.А.// Вестник новых медицинских технологий.- 1995.-Т. II, № 3-4. С. 6-9.

68. Опытные исследования энергоинформационных взаимодействий излучений генератора продольных электромагнитных волн с водой // Абдулкеримов С.А., Богданов В.П., Годин С.М. и др. // Электродинамика и техника СВЧ и КВЧ. - 2000. - Т.8, № 3-4(28). - С.124-126.
69. Анализ мутагенного и стимулирующего действия продольных электромагнитных излучений // Богданов В.П., Нефедов Е.И., Протопопов А.А.// Электродинамика и техника СВЧ и КВЧ. - 2000. - Т.8, № 1-2(27). - С.37-41.
70. Исследование методом соматической рекомбинации дрозофил, подвергшихся воздействию продольных электромагнитных волн// В.П.Богданов, В.В.Воронов, Р.А.Сидоров, А.А.Яшин // Вестник новых мед. технологий. - 1995. - Т.2, № 3-4. - С.6-9.
71. Демин П. Эффект Губера и летающие тарелки// Наука и жизнь, 1991, № 7.- С. 21-23.
72. Воронков С.С. Общая динамика. – Псков: Квадрант, 2008.- 155 с.
73. Поливанов К.М., Нетушил А.В., Татарина Н.В. Электромеханический эффект Губера// Электричество, 1973. № 8 с. 72-76.
74. Lindell I.V. Differential Forms in Elektromagnetics.- John Wiley & Sons.- 2004.
75. Томилин А.К. Обобщенная электродинамика.- Усть-Каменогорск, ВКГТУ, 2009.- 168 с.