

[Игорь Мисюченко](#)

[Владимир Викулин](#)

# **Электромагнитная масса и решение проблемы 4/3**

Санкт-Петербург,

версия 1.0 от 28.10.2012

# Содержание

Введение .....	3
Проблема 4/3 и ее решение.....	4
Ошибка Томсона-Фейнмана.....	7
Проблема вектора Пойнтинга .....	10
Почему Вектор Пойнтинга не работает применительно к полям заряженных частиц? .....	10
Вектор Умова-Пойнтинга и вектор Умова .....	14
Учет релятивистских эффектов.....	16
“Проблема” нестабильности электрона.....	18
Проблема массы нейтральных частиц .....	18
Выводы .....	19
Ссылки .....	20

Наиболее распространенным в Катманду культом является секта «Стремящихся Убедиться». На улицах города часто можно видеть ее последователей – они ходят в наглухо застегнутых синих рясах и носят с собой корзинку для милостыни. Цель их духовной практики – путем усиленных размышлений и подвижничества осознать человеческую жизнь такой, какова она на самом деле. Некоторым из подвижников это удается, такие называются «убедившимися». Их легко узнать по постоянно издаваемому ими дикому крику. «Убедившегося» адепта немедленно доставляют на специальном автомобиле в особый монастырь-изолятор, называющийся «Гнездо Убедившихся». Там они и проводят остаток дней, прекращая кричать только на время приема пищи. ...

Виктор Пелевин, “Вести из Непала”, 1991

## Введение

В 1881 г. выдающийся британский физик Дж. Дж. Томсон [1] опубликовал статью «Об электрических и магнитных эффектах, произведенных движением наэлектризованных тел», в которой он ввел понятие “электромагнитной массы”[2], предположив, что хотя бы некоторая часть механической массы имеет электромагнитное происхождение. Интересно, что это предположение он высказал еще до открытия электрона, сделанного им же в 1897 г. Естественно, что массу открытой им частицы он попытался объяснить именно как “электромагнитную”, т.е. с помощью теории электромагнитного поля Максвелла. Позже в книге «Электричество и материя», вышедшей в 1903 г. [3], он высказал гипотезу, что ВСЯ масса электрона - это электромагнитная масса. Понятно, что, в случае подтверждения его гипотезы, открывалась прямая дорога к объединению[15] электромагнитного и гравитационного полей в Единое поле – мечту любого физика-теоретика. Действительно, заряженная частица создает электромагнитное поле, согласно теории Максвелла это поле обладает энергией. Было бы заманчивым, если бы эта энергия, согласно знаменитой формуле  $E=mc^2$ , известной, по крайней мере, с 1872г. [4], т.е. задолго до Эйнштейна, и составляла массу частицы.

Теорией электромагнитной массы с тех пор занимались такие великие ученые, как Хевисайд[5], Абрагам[6], Лоренц[7], Фейнман[8] и другие, но к сожалению, с начала 20 века и по сей день доказать полностью электромагнитное происхождение массы так и не удалось. Великие ученые так и не смогли решить 3 проблемы:

1. Так называемая проблема 4/3, заключающаяся в том, что при расчете импульса электромагнитного поля движущегося электрона, он оказался несоответствующим его электромагнитной массе, вычисленной для неподвижного электрона.
2. “Проблема” невозможности обеспечить стабильность электрона (как и любой другой заряженной частицы), только за счет электромагнитного взаимодействия, сформулированная Анри Пуанкаре.
3. Необходимость объяснения массы нейтральных частиц.

В совокупности эти три проблемы, поставили, казалось бы, жирный крест на теории электромагнитной массы и навсегда вывели ее из научного обихода. Но времена меняются, появляются новые факты и данные, поэтому старые теории нуждаются в пересмотре (и, возможно, реабилитации), с учетом этих новых данных.

Целью данной статьи является такой пересмотр теории электромагнитной массы, в особенности, анализ «проблемы 4/3», выявление причины ее возникновения, и, наконец, решение проблемы.

## Проблема 4/3 и ее решение

Используя наиболее простую модель заряженной частицы, а именно – модель заряженной сферы с радиусом  $a$  и зная заряд частицы, легко вычислить значение этого радиуса из условия равенства энергии электрического поля частицы, деленной на  $c^2$ , массе покоя частицы:

$$(1) \quad m = \frac{W}{c^2} = \frac{1}{c^2} \int_V \frac{\epsilon_0}{2} E^2 dV = \frac{1}{8\pi\epsilon_0 c^2} \frac{e^2}{a}$$

Вывод этой формулы:

$$(2) \quad w = \frac{\epsilon_0}{2} E^2 = \frac{\epsilon_0}{2} \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e}{r^2} \right)^2 = \frac{1}{32\pi^2 \epsilon_0} \frac{e^2}{r^4}$$

$$(3) \quad W = \int_a^\infty w(r) dV = \int_a^\infty \frac{1}{32\pi^2 \epsilon_0} \frac{e^2}{r^4} dV = \frac{e^2}{32\pi^2 \epsilon_0} \int_a^\infty \frac{1}{r^4} d \frac{4\pi r^3}{3} =$$

$$\frac{e^2}{32\pi^2 \epsilon_0} 4\pi \int_a^\infty \frac{r^2}{r^4} dr = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0} \left[ -\frac{1}{r} \Big|_a^\infty \right] = \frac{e^2}{8\epsilon_0 \pi a}$$

$$m = \frac{W}{c^2} = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 c^2 a}$$

Здесь встает вопрос: а действует ли закон Кулона на столь малых расстояниях, как классический радиус электрона? Мы считаем, что да, причем действие закона Кулона распространяется даже на внутринуклонные взаимодействия. Некоторые представления о границе применимости закона Кулона содержатся в статье[28]. Но если кому-то трудно сразу отказаться от представлений об электроне, как точечной частице, или о корректности закона

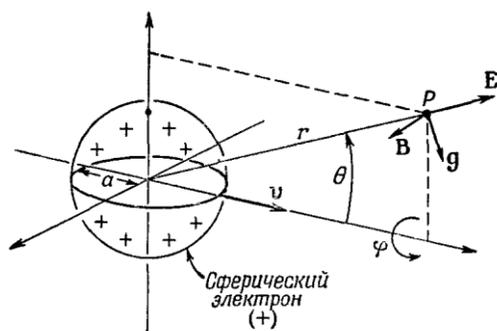
Кулона на малых расстояниях, то величину  $4\pi\epsilon_0 a$  можно просто считать собственной электрической емкостью электрона.

Проблемы начинаются, когда мы вычисляем импульс частицы через ее «электромагнитное поле». Этот импульс, вычисленный “стандартным” способом, а именно, через вектор Пойнтинга  $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$ , оказывается иным, чем простое произведение массы электромагнитного поля частицы, умноженной на ее скорость, что оказалось для ученых большой неожиданностью.

Для анализа проблемы, повторим, максимально подробно, вывод импульса ЭМП нерелятивистской заряженной частицы, предложенный Р. Фейманом [9, гл.28]. Он производит расчет следующим образом:

1. Определяет напряженность электрического поля частицы:

$$(4) \quad E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e}{r^2}$$



Фиг. 28.1. Поля  $E$  и  $B$  и плотность импульса  $g$  для положительного электрона. Для отрицательного электрона поля  $E$  и  $B$  повернуты в обратную сторону, но  $g$  остается тем же.

Рис. 1. К расчету импульса собственного электромагнитного поля движущегося электрона<sup>1</sup>

2. Определяет напряженность магнитного поля движущейся частицы, как поле элемента конвекционного тока, согласно закону Био-Савара-Лапласа:

$$(5) \quad B = v \times E / c^2 = \frac{vE \sin(\theta)}{c^2}$$

3. Вычисляет “плотность импульса” электромагнитного поля через вектор Пойнтинга:

$$(6) \quad g = \frac{S}{c^2} = \epsilon_0 E \times B \Rightarrow$$

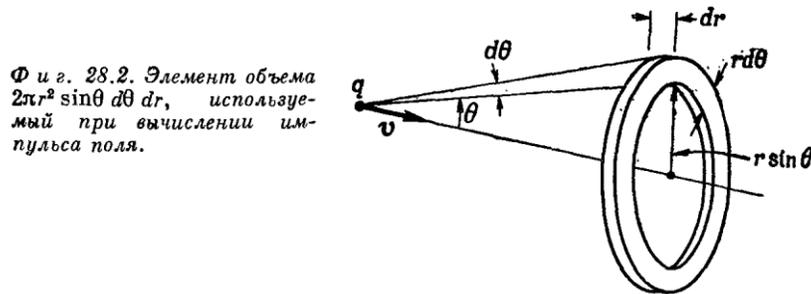
<sup>1</sup> Рис.1 и Рис.2 взяты из книги Феймана [9]

$$(7) \quad g = \frac{\varepsilon_0 v}{c^2} E^2 \sin(\theta)$$

4. От этого вектора он берет компоненту, параллельную вектору скорости, ибо плотность импульса, очевидно, должна быть параллельна вектору скорости. Кроме того, перпендикулярная составляющая вектора  $g$  при интегрировании дает 0:

$$(8) \quad g_{\parallel} = \frac{\varepsilon_0 v}{c^2} E^2 \sin^2(\theta)$$

5. Интегрирует полученную “плотность импульса”  $g_{\parallel}$ . Фейнман интегрирует эту “плотность импульса”, пользуясь имеющейся симметрией поля относительно направления движения. Это позволяет обойтись вместо тройного интеграла всего лишь двойным:



Фиг. 28.2. Элемент объема  $2\pi r^2 \sin\theta d\theta dr$ , используемый при вычислении импульса поля.

Рис. 2. Элемента объема, по которому производится интегрирование плотности импульса

$$\vec{P}_{Feinman} = \iint g_{\parallel}(r, \theta) dV(r, \theta) = \frac{\varepsilon_0 v}{c^2} E^2 \sin^2(\theta) \cdot 2\pi r^2 \sin(\theta) d\theta dr =$$

$$(9) \quad \frac{\varepsilon_0}{c^2} \cdot \vec{v} \cdot \int_a^{\infty} \frac{e^2}{16\pi^2 \varepsilon_0^2 r^4} 2\pi r^2 dr \cdot \int_0^{\pi} \sin^3 \theta d\theta$$

Эти интегралы могут быть вычислены независимо друг от друга:

$$(10) \quad \frac{\varepsilon_0}{c^2} \cdot \vec{v} \cdot \int_a^{\infty} \frac{q_0^2}{16\pi^2 \varepsilon_0^2 r^4} 2\pi r^2 dr = \frac{e^2}{8\pi c^2 \varepsilon_0} \int_a^{\infty} \frac{1}{r^2} dr \cdot \vec{v} = \frac{e^2}{8\pi c^2 \varepsilon_0 a} \vec{v} = m_{em} \vec{v} \text{ и}$$

$$(11) \quad \int_0^{\pi} \sin^3 \theta d\theta = \frac{4}{3}, \text{ Что окончательно дает:}$$

$$(12) \quad \vec{P}_{Feinman} = \frac{4}{3} m_{em} \vec{v}$$

Мы видим, что импульс частицы, вычисленный, *казалось бы*, безупречно правильным способом, содержит странный множитель  $4/3$ , что, как минимум - неожиданно, а, скорее всего – просто неверно. По этому множителю проблема и получила свое имя.

## Ошибка Томсона-Фейнмана

Фейнман не является первооткрывателем “проблемы  $4/3$ ”. Просто в своем учебнике он честно воспроизвел для студентов результат, полученный еще Дж. Дж. Томсоном. Полученный результат смутил самого Фейнмана. Вот что он пишет по этому поводу:

*“Разница между двумя формулами электромагнитной массы особенно обидна, потому что совсем недавно мы доказали согласованность электродинамики с принципом относительности. Кроме того, теория относительности неявно и неизбежно предполагает, что импульс должен быть равен произведению энергии на  $v/c^2$ . Неприятная история! По-видимому, мы где-то допустили ошибку. Конечно, не алгебраическую ошибку в расчетах, а где-то проглядели что-то существенное.” [10, §4, стр.308]*

Попробуем разобраться и найти то существенное, что проглядели Фейнман с предшественниками, начиная с Томсона. При этом мы будем использовать методы и опираться на результаты, полученные Л.Соколовым в статьях [14] и [27].

Еще раз вычислим энергию электрического поля “очень медленно движущегося” электрона, но не так как мы это уже делали, а пользуясь методом интегрирования Фейнмана. Для этого разложим вектор напряженности электрического поля на 2 компоненты – перпендикулярную и параллельную направлению движения частицы:

$$(13) \quad E(r, \theta) = E_{\perp}(r, \theta) + E_{\parallel}(r, \theta) = E(r) \sin(\theta) + E(r) \cos(\theta)$$

$$(14) \quad w = w_{\perp} + w_{\parallel} = \frac{\epsilon_0}{2} E^2 \sin^2(\theta) + \frac{\epsilon_0}{2} E^2 \cos^2(\theta)$$

$$w = \frac{1}{32\pi^2 \epsilon_0} \frac{e^2}{r^4} (\sin^2(\theta) + \cos^2(\theta))$$

$$(15) \quad W = \iint w_{\perp}(r, \theta) dV(r, \theta) + \iint w_{\parallel}(r, \theta) dV(r, \theta)$$

$$dV(r, \theta) = 2\pi r^2 \sin(\theta) d\theta dr$$

$$(16) \quad W = \iint \frac{1}{32\pi^2 \varepsilon_0} \frac{e^2}{r^4} (\sin^2(\theta) + \cos^2(\theta)) \cdot 2\pi r^2 \sin(\theta) d\theta dr =$$

$$\frac{2\pi e^2}{32\pi^2 \varepsilon_0} \int_a^\infty \frac{r^2}{r^4} dr \int_0^\pi (\sin^2(\theta) + \cos^2(\theta)) \sin(\theta) d\theta$$

Первый интеграл, умноженный на вынесенную из-под интеграла константу, будет вдвое меньше, чем ранее вычисленный в (2), второй мы уже вычислили, он равен 4/3, а третий равен просто 2/3. Итого:

$$(17) \quad \begin{aligned} \frac{2\pi e^2}{32\pi^2 \varepsilon_0} \int_a^\infty \frac{r^2}{r^4} dr &= \frac{e^2}{16\pi^2 \varepsilon_0 a} & W &= \frac{e^2}{8\pi^2 \varepsilon_0 a} & m &= \frac{e^2}{8\pi^2 \varepsilon_0 c^2 a} \\ \int_0^\pi \sin^3(\theta) d\theta &= \frac{4}{3} & \Rightarrow W_\perp &= \frac{2}{3} W & \Rightarrow m_\perp &= \frac{2}{3} m \\ \int_0^\pi \cos^2(\theta) \sin(\theta) d\theta &= \frac{2}{3} & W_\parallel &= \frac{1}{3} W & m_\parallel &= \frac{1}{3} m \end{aligned}$$

Отметим, что энергия (как и масса) – величина скалярная и направления не имеет. Поэтому нижние индексы относятся к компонентам вектора напряженности электрического поля, из которого получены соответствующие части энергии.

А теперь, просто запишем два интеграла рядом друг с другом для удобства сравнения:

Вычисление энергии электрического поля электрона:	Вычисление импульса электрона через “вектор Пойнтинга”:
$W = \iint \frac{1}{32\pi^2 \varepsilon_0} \frac{e^2}{r^4} (\sin^2(\theta) + \cos^2(\theta)) \cdot 2\pi r^2 \sin(\theta) d\theta dr =$ $\frac{2\pi e^2}{32\pi^2 \varepsilon_0} \int_a^\infty \frac{r^2}{r^4} dr \int_0^\pi (\sin^2(\theta) + \cos^2(\theta)) \sin(\theta) d\theta =$ $\frac{e^2}{16\pi \varepsilon_0} \int_a^\infty \frac{1}{r^2} dr \left[ \int_0^\pi \sin^3(\theta) d\theta + \int_0^\pi \cos^2(\theta) \sin(\theta) d\theta \right] =$ $\frac{e^2}{8\pi \varepsilon_0 a} \frac{1}{2} \left[ \frac{4}{3} + \frac{2}{3} \right] = \frac{e^2}{8\pi \varepsilon_0 a}$	$\vec{P}_{\text{Feinman}} = \iint g_\parallel(r, \theta) dV(r, \theta) = \iint \frac{\varepsilon_0 v}{c^2} E^2 \sin^2(\theta) \cdot 2\pi r^2 \sin(\theta) d\theta dr =$ $\frac{\varepsilon_0}{c^2} \cdot \vec{v} \cdot \int_a^\infty \frac{e^2}{16\pi^2 \varepsilon_0^2 r^4} 2\pi r^2 dr \cdot \int_0^\pi \sin^3 \theta d\theta =$ $\frac{\vec{v}}{c^2} \frac{e^2}{8\pi^2 \varepsilon_0} \int_a^\infty \frac{1}{r^2} dr \cdot \int_0^\pi \sin^3 \theta d\theta =$ $\frac{e^2}{8\pi \varepsilon_0} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{\vec{v}}{c^2}$

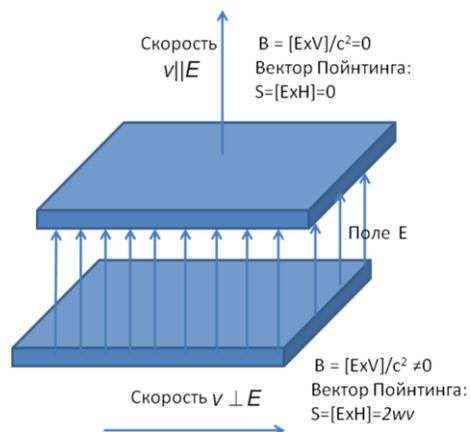
Теперь становится очевидным, что расчет по методу Томсона-Фейнмана **во-первых**, удваивает часть энергии, которая соответствует перпендикулярной составляющей электрического поля и, **во-вторых**, полностью игнорирует продольную составляющую! Вот и весь фокус-покус! Метод Томсона-Фейнмана дает:

$W_{Feinman} = 2W_{\perp} + 0W_{\parallel} = (2\frac{2}{3} + 0\frac{1}{3})W = \frac{4}{3}W$ , тогда, как в результате “честного” подсчета получаем:  $W = W_{\perp} + W_{\parallel} = (\frac{2}{3} + \frac{1}{3})W = W$

Таким образом, ошибка найдена! Она заключается в методе вычисления импульса заряженной частицы через вектор Пойнтинга. Осталось разобраться, почему данный метод, прекрасно работающий в других случаях, оказался неприменим к полю заряженной частицы, что мы и сделаем ниже.

Дабы убедить скептиков (ежели таковые еще остались), приведем простой пример.

Если выражение  $\vec{E} \times \vec{H}$  применить к электрическому полю заряженного плоского конденсатора, то мы с удивлением увидим, что в зависимости от угла между вектором скорости  $\vec{v}$  и вектором напряженности электрического поля  $\vec{E}$  мы получим совершенно различные значения вектора Пойнтинга: от нуля в том случае, когда вектор скорости сонаправлен с вектором напряженности электрического поля конденсатора, и вплоть до удвоенного значения импульса, в случае движения конденсатора перпендикулярно силовым линиям собственного поля  $E$ .



**Рис. 3. Вектор Пойнтинга для поля заряженного плоского конденсатора зависит от направления движения относительно силовых линий собственного поля.**

Что же получается, импульс (и кинетическая энергия!) поля заряженного конденсатора, механически перемещающегося вдоль направления силовых линий своего собственного поля равны нулю?! Конечно же, нет! Это означает только то, что выражение  $\vec{E} \times \vec{H}$  надо применять там и только там, где оно работает. Совершенно точно известно, что оно работает в случае поперечной электромагнитной волны. А в случае с конденсатором (как и в случае с заряженной частицей) надо применять что-то иное.

## Проблема вектора Пойнтинга

### Почему Вектор Пойнтинга не работает применительно к полям заряженных частиц?

Давайте вспомним, что собой представляет вектор Пойнтинга[16]. Этот вектор является выражением плотности потока энергии[17] для электромагнитного поля и выводится из уравнений Максвелла[18] следующим образом<sup>2</sup> [19]:

$$(18) \quad \begin{aligned} \varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} &= \text{rot} H \\ \mu_0 \frac{\partial H}{\partial t} &= -\text{rot} E \end{aligned} \Rightarrow \varepsilon_0 E \frac{\partial E}{\partial t} + \mu_0 H \frac{\partial H}{\partial t} = E \text{rot} H - H \text{rot} E$$

По известной формуле преобразования векторных величин:

$$(19) \quad E \text{rot} H - H \text{rot} E = \text{div}(E \times H), \text{ а выражение}$$

$$(20) \quad \varepsilon_0 E \frac{\partial E}{\partial t} + \mu_0 H \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2} \mu_0 H^2 \right) = \frac{\partial}{\partial t} w - \text{просто изменение плотности энергии от времени}$$

$$(21) \quad \frac{\partial}{\partial t} w = \text{div}(E \times H)$$

Величина  $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$  и называется вектором Пойнтинга (или Умова-Пойнтинга в отечественных публикациях).

Хорошо видно, что для электромагнитных волн это выражение совпадает с универсальной формулой Умова:

$$(22) \quad \frac{\partial}{\partial t} w = \text{div}(wv), \text{ если положить}$$

$$(23) \quad S = E \times H = wv \text{ и}$$

$$(24) \quad v = c \text{ Тогда}$$

$$(25) \quad wc = E \times H \Rightarrow w = E \times H / c \quad \text{и}$$

$$(26) \quad p = E \times H / c^2$$

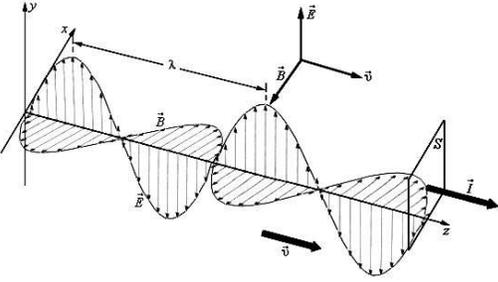
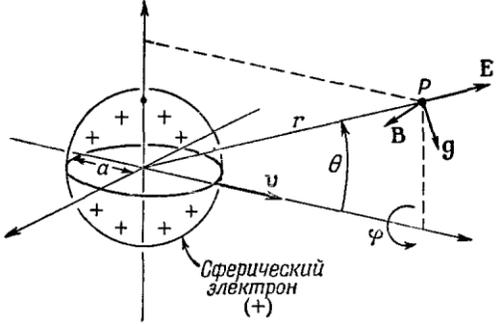
---

<sup>2</sup> См. так же [23,24]

Как видим, через вектор Пойнтинга действительно легко выражается плотность импульса электромагнитного поля, но ... *только* для электромагнитной волны! Действительно, вышеприведенный вывод был произведен для уравнений Максвелла в отсутствие зарядов, т.е. для электромагнитных волн! Кроме того, при его выводе были существенно использованы такие свойства ЭМВ, как, ее поперечность и равенство энергии ее электрического и магнитного полей.

Но, в таком случае становится очевидным, что применение вектора Пойнтинга к объекту ИНОМУ, чем электромагнитная волна, скорее всего, приведет к ошибке. Результаты, полученные Фейнманом (и его предшественниками), а так же пример с плоским конденсатором с очевидностью указывают, что в действительности так оно и есть.

Для лучшего понимания проблемы рассмотрим особенности полей, создаваемых волнами и заряженными частицами, для чего удобно свести информацию в следующую таблицу:

Параметр	Электромагнитная волна	Заряженная частица
Вид		
Скорость	$c = const$	$0 \leq v < c$
Плотность энергии	$w = w_E + w_H = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2} \mu_0 H^2$	
	$w = \frac{S_p}{c} = \frac{1}{c} E \times H$  $w_E = w_H \Rightarrow \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 = \frac{1}{2} \mu_0 H^2 \Rightarrow H = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E$	$w =  S_U / v $  $w = w_E + w_H, w_E \neq w_H$
$E \times H$	$E \times H = S = wc$	$E \times H = E \times (\epsilon_0 E \times v) \neq wv$

Плотность импульса	$p = \frac{S_p}{c^2} = \frac{1}{c^2} E \times H$	$p = \frac{w}{c^2} v = \frac{1}{c^2} S_U$
Плотность потока энергии	$S = E \times H, S \parallel v$	$S = wv \quad S \parallel v \quad S \neq E \times H$ $E \times H \perp v$
Связь между E, H, v	$E \perp H \perp v$ $H = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E$  E и H меняются синфазно от $-E_{\max}$ , $-H_{\max}$ до $E_{\max}$ , $H_{\max}$ соответственно	$H \perp v$ $H = \frac{1}{\mu_0 c^2} E \times v = \epsilon_0 E \times v$  E и H – постоянны, при $c = \text{const}$

Тогда для волны:

$$(27) \quad E \times H = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E^2 = \frac{\epsilon_0 E^2}{2} \cdot \frac{2}{\epsilon_0} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} = 2w_E \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\epsilon_0^2 \mu_0}} = w_{EH} c, \quad \text{что соответствует вектору}$$

Пойнтинга, являющемуся частным случаем вектора Умова.

Для частицы же имеем:

$$(28) \quad B = v \times E / c^2 = \frac{vE \sin(\theta)}{c^2} \Rightarrow H = \frac{vE \sin(\theta)}{\mu_0 c^2}. \quad \text{Тогда:}$$

$$(29) \quad S = E \times H = E \frac{vE \sin(\theta)}{\mu_0 c^2} = \frac{\mu_0 \epsilon_0}{\mu_0} E^2 \sin(\theta) v = \epsilon_0 E^2 \sin(\theta) v = 2wv \sin(\theta).$$

Видно, что вектор S направлен иначе, чем в случае ЭМ волны: он *не параллелен* вектору скорости.

Проинтегрируем это выражение:

$$\begin{aligned}
 (30) \quad S &= 2v \iint \frac{1}{32\pi^2 \varepsilon_0} \frac{e^2}{r^4} \sin(\theta) \cdot 2\pi r^2 \sin(\theta) d\theta dr = \\
 &= \frac{4\pi e^2}{32\pi^2 \varepsilon_0} v \int_a^\infty \frac{r^2}{r^4} dr \int_0^\pi \sin^2(\theta) d\theta = \\
 &= \frac{e^2}{8\pi \varepsilon_0} v \int_a^\infty \frac{r^2}{r^4} dr \int_0^\pi \sin^2(\theta) d\theta = \frac{e^2}{8\pi \varepsilon_0 a} \cdot \frac{\pi}{2} v,
 \end{aligned}$$

что, как и в случае интеграла (9), вычисленного Фейнманом, не является импульсом частицы.

Таким образом, можно сделать вывод, что **никакой** вариант применения выражения  $\vec{E} \times \vec{H}$  для вычисления импульса заряженной частицы не дает корректного результата.

Так что же, вектор Пойнтинга  $\vec{E} \times \vec{H}$ , в общем случае, не есть плотность потока энергии? Да, это именно так! Причем этот факт был известен ... практически с момента введения вектора Пойнтинга в электромагнитную теорию. Всестороннее исследование этого факта связано с именем Оливера Хевисайда [5]. Так, в его биографии [26, гл.4] находим:

*“Что же сделал Хевисайд уже в первые годы своей работы? Он ввел понятие потока электромагнитной энергии. Несколько раньше и независимо от Хевисайда это понятие ввел Пойнтинг. Хевисайд тогда не знал работы Пойнтинга, вышедшей на несколько месяцев раньше. Но он пошел дальше Пойнтинга и разобрал ряд случаев, важных для понимания, в которых энергия переносится полем. В частности, он рассмотрел выделение тепла в проводнике при прохождении электрического тока. Хевисайд показал, что это тепло создается за счет энергии поля, окружающего проводник. Поток энергии электромагнитного поля втекает внутрь проводника через его боковую поверхность и превращается в тепло.*

*Отметим здесь, что тот вывод закона сохранения энергии для электромагнитного поля, который теперь приводится во всех учебниках по теории электромагнитного поля, - это вывод, впервые сделанный Хевисайдом (а не Пойнтингом).*

*Отметим еще, что Хевисайд дал ясный физический анализ той связи, которая существует между вектором Пойнтинга и потоком энергии в электромагнитном поле. Обычно утверждается, что вектор Пойнтинга равен потоку электромагнитной энергии. Но это утверждение не всегда правильно. Например, если в пространстве имеется одновременно постоянное электрическое и постоянное магнитное поле, то вектор Пойнтинга может быть отличен от нуля, хотя в соответствующих точках поток энергии может отсутствовать.*

*Такие оговорки иногда делаются в современных учебниках, но не дается общего правила, позволяющего определить однозначную связь между вектором Пойнтинга и потоком*

*энергии. Хевисайд дал такое правило. Оно заключается в следующем. В закон сохранения энергии для электромагнитного поля входит не вектор Пойнтинга, а его дивергенция. Если у вектора Пойнтинга есть вихревая часть, она не даст вклад в закон сохранения энергии, потому что дивергенция вихревой части равна нулю. Следовательно, физический смысл потока энергии имеет вектор Пойнтинга за вычетом его вихревой части. Как известно, любой вектор можно представить в виде суммы двух слагаемых - потенциального и вихревого. Смысл потока энергии имеет потенциальная часть вектора Пойнтинга.”*

Теперь мы не просто определили, что применение вектора Пойнтинга к полю заряженной частицы ошибочно, но и разобрались, почему именно это так. В отличие от электромагнитной волны, где вектор Пойнтинга, вычисляемый как  $\vec{E} \times \vec{H}$  является потоком плотности энергии электромагнитного поля, в случае заряженной частицы, векторное произведение  $\vec{E} \times \vec{H}$  вовсе не является плотностью потока энергии.

## **Вектор Умова-Пойнтинга и вектор Умова**

В 1874 г. российский ученый Н. Умов[10] на основании общих соображений о сохранении энергии в замкнутых системах и о непрерывности любых потоков переноса энергии (с чем бы они ни были связаны) вывел свое знаменитое уравнение [11]:

$$(31) \quad \frac{\partial W}{\partial t} + \text{div} \vec{S} = 0$$

где  $\vec{S}$  - вектор Умова,  $W$  - полная энергия среды. Он же получил и решение этого уравнения для случая механически перемещающейся сплошной среды в виде:

$$(32) \quad \vec{S} = w \cdot \vec{v}$$

где  $w$  - объемная плотность энергии данной среды (или в данной среде), а  $\vec{v}$  - скорость её механического перемещения в данной точке. Смысл этого вектора – энергия в данной точке, переносимая средой (или в среде) в единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную направлению движения (переноса), иными словами – плотность потока энергии. Он же установил связь механического импульса  $\vec{P}$  движущейся сплошной среды с вектором плотности потока энергии  $\vec{S}$ :

$$(33) \quad \vec{P} = \frac{\int \vec{S} dV}{c^2}$$

Т.е. для получения импульса движущейся среды вектор Умова требуется проинтегрировать по объёму среды и разделить на квадрат скорости света.

Действительно, электрическое поле, связанное с механически перемещающимся зарядом является частным случаем механически перемещающейся сплошной среды. А коль так, то решение Умова (32) просто обязано быть справедливым и для электрического поля заряженной частицы, механически перемещающейся со скоростью  $\vec{v}$ . А, следовательно, для вычисления механического импульса электрического поля перемещающейся частицы можно и нужно пользоваться выражением (31). Через несколько лет после открытия Умовым соотношений (31)-(33), (если точнее, через 9 лет после Умова, а именно - в 1883 г. [24]) Пойнтинг [22] воспользовался аналогичным подходом для оценки вектора потока плотности энергии в частном случае электромагнитной волны [23]. Он получил известнейшее решение (34) (сравните с (32)!).

$$(34) \quad \vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}, \text{ где } \vec{E} - \text{ напряженность электрического поля волны, } \vec{H} - \text{ напряженность "магнитного поля" волны.}$$

Вектор  $S$ , входящий в это решение, получил на Западе название "вектор Пойнтинга" а в России - "вектор Умова-Пойнтинга". Выражение (34) оказывается вполне справедливым для электромагнитных волн и даёт значение механического импульса, согласующееся с опытными данными по давлению света. Но для заряженных частиц, как это столь очевидно показывает вышеприведенный пример с конденсатором, оно не годится. Что же тогда следует применять взамен? Конечно же, более универсальный вектор Умова! Сделать это совсем не трудно.

Пусть электрон движется крайне медленно. Настолько медленно, что какими-либо релятивистскими явлениями и запаздыванием потенциалов можно пренебречь, а его поле считать статическим. Известна плотность энергии статического поля электрона:

$$(35) \quad w = \frac{\epsilon_0 E^2}{2}$$

Поле полагаем равным выражению (33) всюду, кроме внутренней части электрона, являющейся сферой радиуса  $r_0 \approx 1.4 \cdot 10^{-15}$  [м] [12].

Запишем механический импульс электрона (33) с учетом решения Умова (32) и общеизвестного выражения для плотности энергии (2):

$$(36) \quad \vec{P} = \frac{\int \vec{S} dV}{c^2} = \frac{1}{c^2} \cdot \int_V w \vec{v} dV = \frac{\epsilon_0}{2c^2} \cdot \int_V E^2 \vec{v} dV.$$

Считая, что в нерелятивистском случае, зависимость импульса от массы классическая, выносим скорость из-под знака интеграла и получаем:

$$(37) \quad \vec{P} = \frac{\int \vec{S} dV}{c^2} = \frac{\vec{v}}{c^2} \cdot \int_V w dV = \frac{\epsilon_0 \vec{v}}{2c^2} \cdot \int_V E^2 dV = m\vec{v}, \text{ т.е. классическое произведение массы на}$$

скорость!

Ошибка Томсона-Фейнмана оказалась не в вычислениях, а, как сказал сам Р.Фейнман, "в чём-то важном". Фейнман, вслед за Томсоном, применил вектор Пойнтинга (34), являющийся частным случаем вектора Умова и справедливый только для поперечной электромагнитной волны, вместо универсального вектора Умова (32), применимого к любым процессам переноса энергии. Вероятно, из-за противостояния идеологических систем и взаимного замалчивания в России и на Западе целого ряда научных работ, в 50х-60-х годах 20 века Фейнман просто не знал о роли Умова в данном вопросе и о его работах. Возможно, Томсон, который жил и работал практически в одно время с Умовым, будучи англичанином, также не знал о работах россиянина Умова, изданных на русском и немецком языках. Что же касается Хевисайда, то Томсон, несомненно, знал о его работах, но, видимо ... всерьез в них не вникал. Дело в том, что Хевисайд был в то время, как бы сейчас сказали - "альтернативщиком", поэтому "официальные" ученые не спешили вникать в его труды.

В наше время уже многие ученые и исследователи [13,14,26,27] отмечают, что некритичное применение вектора Пойнтинга к различным полевым объектам есть грубая ошибка, приводящая к неверным результатам и заводящая научную мысль в тупик.

## Учет релятивистских эффектов

Расчет импульса электромагнитного поля заряженной частицы с помощью вектора Пойнтинга, очевидно, проистекает от желания учесть как электрическую, так и магнитную составляющие единого электромагнитного поля. Причем, как мы выяснили, для электромагнитной волны такой метод правомерен, а вот для частицы он приводит к ошибочным результатам, т.к энергия электрического поля оказывается подсчитанной неверно, а энергия магнитного поля ... в определенном смысле не учитывается вообще! Как же учесть полную энергию поля заряженной частицы, включая энергию его магнитной составляющей? Самое простое решение – просто добавить к энергии электрического поля энергию магнитного поля, дает следующее значение:

$$W = \iint \omega_{\perp}(r, \theta) dV(r, \theta) + \iint \omega_{\parallel}(r, \theta) dV(r, \theta) + \iint \omega_H(r, \theta) dV(r, \theta)$$

(38)

$$H = \frac{1}{c^2} E \times v = \frac{1}{c^2} E v \sin(\theta) \Rightarrow \omega_H = \left( \frac{v \sin(\theta)}{c^2} \right)^2 \frac{\mu_0}{2} E^2 = \left( \frac{v \sin(\theta)}{c^2} \right)^2 \frac{1}{2c^2 \epsilon_0} E^2$$

(39)  $W = \iint \frac{1}{32\pi^2 \epsilon_0} \frac{e^2}{r^4} \left( \sin^2(\theta) \left( 1 + \left( \frac{v}{c} \right)^2 \right) + \cos^2(\theta) \right) \cdot 2\pi r^2 \sin(\theta) d\theta dr$ , тогда

(40)  $m = \frac{W}{c^2} = \frac{1}{8\pi c^2 \epsilon_0} \frac{e^2}{a} \left( 1 + \frac{2}{3} \left( \frac{v}{c} \right)^2 \right)$ , и

$$(41) \quad p = \frac{W}{c^2} v = \frac{1}{8\pi c^2 \varepsilon_0} \frac{e^2}{a} \left( 1 + \frac{2}{3} \left( \frac{v}{c} \right)^2 \right) v = m \left( 1 + \frac{2}{3} \left( \frac{v}{c} \right)^2 \right) v$$

Здесь мы уже видим что, как и при релятивистском подходе, полная энергия частицы (а, следовательно, и масса?) зависит от ее скорости. Согласно формуле (41), вся эта “релятивистская” энергия получается за счет магнитного поля, что, конечно же, является достаточно грубым приближением. Более точный расчет требует наряду с учетом магнитного поля, также учета изменения формы и величины электрического поля частицы в зависимости от ее скорости. Это не простая и трудоемкая задача, но она уже выполнена, например, в работах Л. Соколова [14 и 27], где приводятся следующие формулы (обозначения приведены к принятым в данной статье):

$$(42) \quad W(\gamma) = W_{\perp}(\gamma) + W_{\parallel}(\gamma), \text{ где}$$

$$(43) \quad \gamma = \left( 1 - \left( \frac{v}{c} \right)^2 \right)^{-\frac{1}{2}},$$

$$(44) \quad k = \frac{e^2}{16\pi\varepsilon_0 a}$$

$$(45) \quad W_{\perp}(\gamma) = k \int \gamma^{-4} \left[ 1 - (1 - \gamma^{-2}) \sin^2(\theta) \right]^{-3} \sin^3(\theta) d\theta$$

$$(46) \quad W_{\parallel}(\gamma) = k \int \gamma^{-4} \left[ 1 - (1 - \gamma^{-2}) \sin^2(\theta) \right]^{-3} \cos^2(\theta) \sin(\theta) d\theta$$

При этом выводы автора относительно применения вектора Пойнтинга, совпадают с нашими выводами.

Заметим, что аналогичный “релятивистский” подход был применен Оливером Хевисайдом еще ... в 1888 г., т.е. за 17 лет до появления специальной теории относительности!!! [25]

После всего вышесказанного авторы считают проблему 4/3 полностью исследованной и закрытой.

Далее, кратко остановимся на двух оставшихся проблемах.

## “Проблема” нестабильности электрона

В рамках критики рассматриваемой теории, Анри Пуанкаре указал на “проблему” нестабильности электрона, как заряженной сферы. Действительно, одноименные заряды отталкиваются, следовательно, электрон должен быть подвержен действию электростатических сил, которые должны бы были его разрывать. В действительности ничего подобного не происходит, электрон – стабильная частица, не подверженная самопроизвольному распаду. Чтобы решить указанную “проблему”, Пуанкаре предположил, что электрон стягивают особые силы неэлектромагнитного происхождения, которые получили название “напряжения (натяжения, резинки) Пуанкаре”. Кроме того, он предположил, что масса электрона складывается из энергии электромагнитного и неэлектромагнитного происхождения, причем ее неэлектромагнитная составляющая отрицательна! Эта идея Пуанкаре находится в великолепном *согласии с ошибкой*, легшей в основу проблемы 4/3: раз энергия электромагнитного поля отлична от массы частицы, значит, должна существовать энергия неэлектромагнитного происхождения, которая, заодно, и будет компенсировать силы отталкивания частей электрона! Более того, на основе этой идеи были предприняты даже удачные попытки решения проблемы 4/3 [29],[30].

К сожалению, хотя данная гипотеза Пуанкаре выглядит правдоподобно, с действительностью она ничего общего не имеет! Как было показано [20] одним из авторов данной статьи, электрон прекрасно может быть сбалансирован за счет исключительно одних электромагнитных сил, и никаких других сил для баланса ему не требуется. Таким образом, и эту “проблему” можно считать закрытой.

## Проблема массы нейтральных частиц

Теория электромагнитной массы объясняет массу частицы как энергию ее электромагнитного поля. Таким, образом, эта теория, на первый взгляд, бессильна объяснить массу нейтральных частиц, например нейтрона. Именно так и казалось, когда был открыт нейтрон[21] (1932г.) Но с тех пор удалось выяснить, что внутри нейтрона существует распределение заряда, а, следовательно, имеется электромагнитное поле, что означает возможность объяснения и его массы с позиций теории электромагнитной массы. Это же замечание относится и ко всем остальным «нейтральным» частицам.

Таким образом, мы решили все три основные проблемы, из-за которых научный мир в свое время отказался от теории электромагнитной массы. А это значит, что настало время вернуть данную теорию в арсенал современной физики.

## Выводы

1. Проблема 4/3 - результат применения вектора Пойнтинга не к полю электромагнитной волны, всегда движущейся со скоростью света, а к полю произвольно движущейся заряженной частицы. Авторами показано, что данная операция гарантированно приводит к ошибочному результату. В то же время, применение более универсального вектора Умова абсолютно оправдано и полностью решает проблему 4/3. Таким образом, ошибка найдена и исправлена, а проблема - решена.
2. Следовательно, вся масса частицы (как заряженной, так и нейтральной) - это энергия ее электромагнитного поля. Других источников у массы нет.
3. Электромагнитная масса заряженной частицы вычисляется по формуле: 
$$m = \frac{1}{8\pi\epsilon_0 c^2} \frac{e^2}{a},$$
 где  $e$  – заряд частицы и  $a$  – ее радиус. Таким образом, элементарная частица перестает быть точечным объектом, что снимает проблему расходимости.
4. Стабильность заряженной частицы обеспечивается *только* за счет сил электромагнитной природы
5. Решение перечисленных в статье проблем возвращает теорию электромагнитной массы в строй действующих научных теорий и открывает дорогу объединению электромагнетизма инерции и гравитации, и, таким образом, к построению теории единого поля.

## Ссылки

1. Википедия, статья [Томсон, Джозеф Джон](#)
2. Википедия, статья [Electromagnetic mass](#)
3. Дж. Дж. Томсон "Электричество и материя" Изд. РХД, Москва-Ижевск, 2004
4. "Die allgemeine Bewegung der Materie als Grundursache aller Naturerscheinungen", Heinrich Schramm, 1872, Wilhelm Braumüller, k.k.Hof- und Universitäts-Buchhändler. \*
5. Википедия, статья [Хевисайд, Оливер](#)
6. Википедия, статья [Абрагам, Макс](#)
7. Википедия, статья [Лоренц, Хендрик Антон](#)
8. Википедия, статья [Фейнман, Ричард Филлипс](#)
9. *Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М.* Фейнмановские лекции по физике. Том 6: Электродинамика. Перевод с английского (издание 3). — Эдиториал УРСС. — ISBN 5-354-00704-6
10. Википедия, статья [Умов, Николай Алексеевич](#)
11. Умов Н. А. [Уравнения движения энергии в телах](#) — Одесса: Типогр. Ульриха и Шульце, 1874. — 56 с.
12. Мисюченко И. [Последняя тайна Бога](#), 2009г., с. 120-135.
13. [Мария Корнева, Виктор Кулигин](#), статья [Математическая ошибка, которая исказила физику](#)
14. Леонид Соколов, статья [Электромагнитная масса кулоновского поля](#)
15. Мисюченко И., Викулин В. [Теория Гравитации](#)
16. Википедия, статья [Вектор Пойнтинга](#)
17. Википедия, статья [Плотность потока энергии](#)
18. Википедия, статья [Уравнения Максвелла](#)
19. [http://fn.bmstu.ru/phys/bib/physbook/tom4/ch1/texthtml/ch1\\_2.htm](http://fn.bmstu.ru/phys/bib/physbook/tom4/ch1/texthtml/ch1_2.htm)
20. Мисюченко И., статья [Строение электрона, как кругового тока смещения](#)
21. Википедия, статья [Нейтрон](#)
22. Википедия, статья [Пойнтинг, Джон Генри](#)
23. Википедия, статья [Теорема Пойнтинга](#)
24. *John Henry Poynting*, [On the Transfer of Energy in the Electromagnetic Field \(1884\)](#)
25. [Electromagnetic waves, the propagation of potential, and the electromagnetic effects of a moving charge](#) by Oliver Heaviside, The Electrician, 1887-1888
26. Болотовский Б. М. [Оливер Хевисайд](#). М.: Наука, 1985.
27. Леонид Соколов, статья [Импульс кулоновского поля](#)
28. Мисюченко И., статья [Энергия электрического поля электрона и парадокс аннигиляции](#)
29. В.Б. Морозов [К вопросу об электромагнитном импульсе заряженных тел](#), УФН, **181** 389–392 (2011)
30. Becker R Theorie der Elektrizität Bd. II Elektronentheorie (Berlin: V.G. Teubner, 1933) [Беккер. Р. "Теория электричества", Т-II, "Электронная теория", Л.-М. Гостехиздат, 1941 г.]

## Лист изменений

Версия	Дата	Содержание	Прим
0.8	06.10.2012	Статья завершена и опубликована на сайте <a href="http://nfp-team.narod.ru">http://nfp-team.narod.ru</a>	
0.81	08.10.2012	Добавлены ссылки. Исправлены обнаруженные ошибки и неточности	
0.82	10.10.2012	Ответ Л.С. Соколова на вопросы по статье [14] добавлен в Приложении	
0.83	11.10.2012	Добавлены ссылки [22-24]	
0.84	22.10.2012	Добавлен текст. Добавлены ссылки [25-30] Ответ Л.Соколова убран из текста и заменен ссылкой [27]	
1.0	27.10.2012	Исправлены обнаруженные ошибки и неточности. Исправлена нумерация формул. Внесены мелкие изменения.	